

Содержание

Благодарности	12
Введение	14
Комментарий к рисункам на обложке книги	17
Глава 1. Исторический обзор и первое знакомство	20
Что такое компьютерная алгебра	20
История компьютерных вычислений и возникновение компьютерной алгебры	20
Отличия систем компьютерной алгебры от традиционных систем программирования	24
Как начать	25
Mathematica — лучшая современная интегрированная система компьютерной алгебры	25
Что такое система Mathematica	25
Концепция системы Mathematica	26
Применение системы Mathematica	26
Кто использует систему Mathematica	26
Развитие системы Mathematica	26
Расширение системы Mathematica	26
Описание некоторых стандартных пакетов Mathematica	27
Новое в версии Mathematica 5	29
Резюме	32
Задачи	32
Глава 2. Первое знакомство — калькулятор	34
Знакомство с системой Mathematica	34
Арифметические действия над числами	36
Функции	37
Блокнот и меню	38
Алгебраические преобразования	38
Построение графиков	39
Построение графиков функций одной переменной	39
Построение графиков функций двух переменных	41
Анализ	44
Дифференцирование	44
Интегрирование	45
Суммы	46
Разложение в ряд Тейлора	47
Вычисление пределов	47
Списки и линейная алгебра	49
Списки	49
Векторы	49
Матрицы	50
Уравнения	52
Экстремумы функций	55
Линейное программирование	55
Резюме	56
Задачи	56

Глава 3. Числа, их представление и операции над ними	57
Что такое число	57
Представление вещественных чисел систематическими дробями: функция N.	59
Разрядность и точность вещественных чисел: функции Precision и Accuracy	59
Разрядность и точность при выполнении операций над числами	61
Отбрасывание малых вещественных чисел: функция Chop	62
Целая и дробная части вещественного числа	63
Целая часть вещественного числа: функции Floor и IntegerPart	63
Дробная часть вещественного числа: функция FractionalPart	64
Приближение вещественных чисел рациональными: функция Rationalize	79
Позиционные системы счисления	80
Преобразование в десятичную систему счисления	80
Преобразование из десятичной системы счисления в недесятичную	80
Число как последовательность (список) цифр	81
Экспоненциальное представление чисел: функция MantissaExponent	92
Модуль (абсолютная величина) числа: функция Abs	93
Знак числа: функция Sign	93
Числитель и знаменатель числа: функции Numerator и Denominator	93
Цепные дроби	94
Представление числа непрерывной дробью: функция ContinuedFraction	94
Преобразование непрерывной дроби в число: функция FromContinuedFraction	111
Комплексные числа	112
Мнимая единица	112
Вещественная часть комплексного числа: функция Re	112
Мнимая часть комплексного числа: функция Im	112
Аргумент комплексного числа: функция Arg	113
Сопряженное комплексное число: функция Conjugate	113
Резюме	113
Задачи	113
Глава 4. Арифметика: разложение целых чисел на простые множители	114
Факторизация целых чисел с помощью функции FactorInteger	114
Факторизация чисел Мерсенна	114
Факторизация чисел вида 2^n+1	119
Факторизация чисел вида 2^n-7	119
Факторизация чисел, десятичная запись которых состоит из n единиц	120
Факторизация чисел вида 10^n+1	120
Факторизация чисел Фибоначчи	121
Факторизация дробей	121
Факторизация гауссовых чисел	125
Факторизация очень больших чисел	126
Факторизация факториалов	127
Функция FactorIntegerECM: попытка факторизации больших чисел Мерсенна	129
Резюме	135
Задачи	135

Глава 5. Арифметика: простые числа	136
Οάηο ί ά τ ότ ηοί οό	136
Οοί εοёу PrimeQ	137
Ί ί τ αηοάτ ί ότ ηοί ο +εηάε Primes ε ί όάάεεαο $x \in \text{Primes}$	140
Άτ εααοάεüηοάτ (εεε τ ί ότ αάδæáτ εά) ί ότ ηοί οü çääáτ ί τ άτ +εηέα	140
Οοί εοёε PreviousPrime ε NextPrime ε ηεό+αεί üά ί ότ ηοüά +εηέα	141
Ί áεáτ εüøää ί ότ ηοί ά +εηείτ , ί άτ üøää n , — PreviousPrime[n]	141
Ί áει άτ üøää ί ότ ηοί ά +εηείτ , άτ εüøää n , — NextPrime[n]	142
Ñεό+αείτ ί ά ί ότ ηοί ά +εηείτ ά çääáτ ί τ ί ετ οάδääεά — Random[Prime, { n , m }]	142
Ί εόάáτ ότ άü οάόáτ εüτ εεε, ό ετ ότ όüο áεείτ ü ááοό ηοί ότ ί áüοάæáροηý ί ότ ηοüì ε +εηεáτ ε	143
Οάáεεοü ί ότ ηοüο +εηάε	144
Οοί εοёу Prime[n] — n -ά ί ότ ηοί ά +εηείτ	144
Ί ί εηε ί όδάçετ ά ί άοόδáεüτ ί άτ όýää, ηί ηοί ýüεό ότ εüείτ εç ηί ηοάáτ üο +εηάε	145
Áεεçτ áοü	156
Ί ότ ηοüά +εηέα, áεεçεεά ε +εηεáτ τ ί όάááεáτ ί τ άτ áεää	157
×εηείτ ί ότ ηοüο +εηάε, ί ά ί όάáτ ηοί áýüεό x (Οοί εοёу PrimePi[x])	159
Έτ εε+áηοάτ ί ότ ηοüο +εηάε ί ά τ όεόüοτ ί ηεάáá τ όδάçεά (a , b)	165
Ðáçρì á	165
Çääá+ε	166
Глава 6. Арифметика: наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное	167
Ί áεáτ εüøεε ί áüεε ááεεοάεü	167
Ί áεáτ εüøεε ί áüεε ááεεοάεü — όοί εοёу GCD	167
Έετ áείτ ί ά ί όάáηοάáεáτ εá ί áεáτ εüøááτ ί áüááτ ááεεοάεý — όοί εοёу ExtendedGCD	172
Ί áει άτ üøää ί áüáá εδοοί τ ά — όοί εοёу LCM	183
Ðáçρì á	185
Çääá+ε	185
Глава 7. Модулярная арифметика: деление с остатком, вычеты, сравнения и китайская теорема об остатках	186
Ááεáτ εá η τ ηοάοείτ ί	187
×áηοί τ ά ί όε ááεáτ εε η τ ηοάοείτ ί — όοί εοёу Quotient	187
Ί ηοάοί ε τ ό ááεáτ εý — όοί εοёу Mod	188
Άτ çääááτ εá ά ηοáτ άτ ü ά ί τ áοéýόί τ έ άδεοί άοεεά — όοί εοёу PowerMod	191
Έεοáεηεáý οáτ όáτ ά τ ά τ ηοάοεάο — όοί εοёу ChineseRemainder	193
Έτ ότ ε á ηεηοáτ ά τ ηοάοί +τ üο εεáηηί á	194
Έáááδοοί üε ετ όáτ ü τ ί τ ί áóετ — όοί εοёε SqrtMod ε SqrtModList	194
Ί áδοáτ ί áδοáçτ üά ετ ότ ε τ ί τ ί τ áóετ n	196
Έδοάόεε ί ότ ηοί οü +εηάε ηί άοεáεüτ ί άτ áεää	198
Ί ότ ηοüά +εηέα Ί áδοáτ ί á, οáηο Έρεá—Έáτ áδο	198
Ί ότ ηοüά +εηέα áεää $k \cdot 2^n + 1$	201
Ðáçρì á	213
Çääá+ε	214

Глава 8. Числовые функции	215
Óí èöÿ Ýééáðà – EulerPhi	215
Óí èöÿ Èáðì áééèà $\lambda(m)$ – CarmichaelLambda	221
Óí èöÿ Ì ááèðñà $\mu(m)$ – MoebiusMu	222
Óí èöèè, ðáÿçáí í Ñà ñ ááèèòáèÿì è, – Divisors è DivisorSigma	223
× èñèí ááèèòáèéé $\tau(n)$	223
Ñóí ì à ááèèòáèéé $\sigma(n)$	231
Ðáçðì á	240
Çááá-è	240
Глава 9. Мультимедиа: геометрия, графика, кино, звук	241
Áááááí èà, èèè ì ñí í áí Ñà áðáðè-áñèèà ì ðèì èðèáÛ	242
Ãðáðè-áñèèà ì ðèì èðèáÛ è èð ì òí áðáæáí èà í à ÿèðáí á	243
Ãðáðè-áñèèà áèðáèèèáÛ	246
Áí áèèèè-áñèèáÿ ááí ì áððèÿ á í ì èí ñèí ñòè, èèè 2D-áðáðèèà	250
Ãðáðè-áñèèà ì ðèì èðèáÛ	250
ÃÛ-áð-èááí èà áðáðèèí á	260
Í áñèí èüèí áðáðèèí á í à í áí ì ì ÷áðáæá – Óí èöÿ GraphicsArray	305
Áí áèèèè-áñèèáÿ ááí ì áððèÿ á ì ðí ñððáí ñòáá, èèè 3D-áðáðèèà	310
Ãðáðè-áñèèà ì ðèì èðèáÛ è ì ì òèè òðáðì áðí í è áðáðèèè	310
ÃÛ-áð-èááí èà áðáðèèí á	319
Ãðáèèà ì èðÛ – áðáèèà èçì áðáí èÿ	328
× áðááððòì á èçì áðáí èà – áðáì ÿ. Ááèæðìèáñÿ èáððèè èè – èèí ì	328
ÃÛà ì áí ì èçì áðáí èà – çáðè	330
Ðáçðì á	331
Çááá-è	331
Глава 10. Алгебра и анализ	333
Áèáááðà	333
Çáí áí à áÛðáæáí èè à òí ðì òèáð	333
Ì ì ì áí ÷èáí Ñ	339
Í ì èà ðáðèí ì áèüí Ñò áðí ááé	342
Èèí áéí áÿ áèáááðà	344
Áí áèèç	345
Ì ðáááèÛ	345
Ãèòòáðáí òèðí ááí èà	346
ÐÿáÛ	346
Èññèááí ááí èà òí èöèè è ì ì ñððáí áí èà áðáðèèí á	348
Èí òááðèðì ááí èà	351
Ãáèòí ðí Ñé áí áèèç	353
Ãèòòáðáí òèáèüí Ñà òðááí áí èÿ	358
Í ì èÿ ì áí ðááèáí èé áèÿ áèòòáðáí òèáèüí Ñò òðááí áí èé è èçì èèèí Ñ	358
Í áðí æááí èà ðáðáí èé áèòòáðáí òèáèüí Ñò òðááí áí èé	360
Ñèñòáí Ñ áèòòáðáí òèáèüí Ñò òðááí áí èé	364
Ðáçðì á	367
Çááá-è	368

Глава 11. За гранью простого	369
Γ ἰ ἄςιέ ἀεᾶ ἰ ἀόεε	369
Οᾶτ δεϋ οἰ εᾶαδῆαεῖτ ἰ ἵοε, εεε ἰ ἀπῆτ εῖετ ἵετ ᾶτ ὀἰ ἰ ἰᾶο ἀὀοῦ ἰ ἰᾶᾶᾶτ εᾶ	
ἰ ὀἰ ἵοἰ ε ᾶετ ἀἰ ε-ᾶἵετ ε ἵεἵοἰ ὀ	370
Ἐεᾶοἰ ÷ ἰ ὀᾶ ᾶᾶἰ ἰ ᾶᾶ	380
Ἐᾶἵοἰ ἰ ἰ ἵεἵοἰ ᾶ Mathematica	383
Ἐᾶϣῖ ᾶ	387
ῤᾶᾶ÷ε	387
Приложение А. Ответы и решения задач	388
Ἄεᾶᾶᾶ 1 "Ἐἵοἰ δε÷ᾶἵεεε ἰ ᾶῤἰ ὀ ε ἰ ᾶᾶἰ ᾶ ῤἰ ᾶεἰ ἰ ἵοᾶἰ "	388
Ἄεᾶᾶᾶ 2 "ἰ ᾶᾶἰ ᾶ ῤἰ ᾶεἰ ἰ ἵοᾶἰ — εᾶεῖεοεῖοἰ ὀ"	390
Ἄεᾶᾶᾶ 3 "×εἵεᾶ, εο ἰ ὀᾶἵοᾶᾶεᾶἰ εᾶ ε ἰ ἰ ᾶᾶᾶεε ἰ ᾶᾶ ἰ εἰ ε"	392
Ἄεᾶᾶᾶ 4 "Ἀδεοἰ ᾶδεεᾶ: ὀᾶῤἰ ᾶᾶἰ εᾶ οᾶεὀο ÷εἵᾶε ἰ ᾶ ἰ ὀἰ ἵοᾶἰ ἰ ἰ ᾶεᾶᾶεε"	393
Ἄεᾶᾶᾶ 5 "Ἀδεοἰ ᾶδεεᾶ: ἰ ὀἰ ἵοᾶἰ ÷εἵεᾶ"	393
Ἄεᾶᾶᾶ 6 "Ἀδεοἰ ᾶδεεᾶ: ἰ ᾶεᾶἰ εῖεεε ἰ ᾶὀεε ᾶᾶεεᾶεῖ	
ε ἰ ᾶεἰ ᾶἰ ὀᾶᾶ ἰ ᾶὀᾶᾶ εᾶᾶἰ ἰ ᾶ"	397
Ἄεᾶᾶᾶ 7 "ἰ ἰ ᾶοεῖοἰ ᾶϋ ᾶδεοἰ ᾶδεεᾶ: ᾶᾶεᾶἰ εᾶ ἵ ἰ ἵοᾶᾶεἰ ἰ , ᾶὀ=ᾶᾶὀ,	
ἵοᾶᾶἰ ᾶἰ εϋ ε εεᾶεἵεᾶϋ οᾶἰ ὀᾶἰ ᾶ ἰ ᾶ ἰ ἵοᾶᾶεᾶᾶ"	397
Ἄεᾶᾶᾶ 8 "×εἵεἰ ᾶὀᾶ ὀἰ εᾶεε"	398
Ἄεᾶᾶᾶ 9 "ἰ οεῖοεἰ ᾶᾶεᾶ: ᾶᾶἰ ἰ ᾶᾶεϋ, ᾶᾶὀεεᾶ, εεἰ ἰ , ῤᾶᾶε"	399
Ἄεᾶᾶᾶ 10 "Ἀεᾶᾶᾶᾶ ε ᾶἰ ᾶεεϣ"	406
Ἄεᾶᾶᾶ 11 "ῤᾶ ᾶᾶἰ ὀᾶ ἰ ὀἰ ἵοἰ ᾶἰ "	409
Приложение Б. Таблицы	410
Предметный указатель	572