

Работа с числовыми данными

В этой главе...

- Функции для работы с данными даты и времени
 - Математические функции
 - Функции суммирования и подсчета
 - Функции для работы с матрицами
-

В этой главе мы рассмотрим функции двух категорий — **Математические** и **Дата и время**, которые работают с числовыми значениями, представленными в одном из стандартных числовых форматов. Дата и время в Excel — это числовые константы, представленные в одном из встроенных числовых форматов даты и времени. Работать в Excel с данными даты и времени так же просто, как и с обычными данными — текстом или числами. Функции категории **Дата и время** имеют простой синтаксис, но работа с ними имеет одну особенность. Результат, возвращаемый этими функциями, Excel автоматически отображает в одном из стандартных числовых форматов, причем не всегда в формате даты и времени. Если пользователь хорошо представляет себе, как Excel обрабатывает даты и время и затем отображает их в ячейках рабочего листа¹, то легко научиться использовать функции даты и времени.

Аргументами математических функций, как правило, являются обычные числа, а не даты. Конечно, можно перемножить между собой две даты или, например, возвести дату 12.03.2004 в степень 12:00 (рис. 8.1). В подобных случаях Excel работает с порядковыми номерами дат и времени, но полученный результат вряд ли имеет какой-либо смысл.

	A	B	C	D	E	F
1		Дата или время	Дата или время	Результат	Формула	
2		12.03.2004	12:00	195,084597	=СТЕПЕНЬ(B2;C2)	
3	Порядковый номер					
4		38058	0,5	195,084597	=СТЕПЕНЬ(B4;C4)	
5						
6		12.03.2004	12.05.2004	1450732902	=ПРОИЗВЕД(В6;С6)	
7						

Рис. 8.1. Математические функции работают с датами и временем как с обычными числами

¹ Форматирование данных даты и времени подробно рассматривается в главе 4.

Большая часть математических функций изучается в средней школе. Вообще, понятие “математическая функция” в Excel немного шире, чем в обычной математике. Например, в Excel имеются функции СУММ и ПРОИЗВЕД, которые вычисляют сумму и произведение нескольких чисел, и функции ЧАСТНОЕ и ОСТАТ, которые возвращают целую и дробную часть результата деления двух чисел. Некоторые математические функции в Excel, например функции округления, вообще нельзя сопоставить с какими-либо функциями элементарной математики.

Функции для работы с данными даты и времени

В главе 4 мы подробно описали, как Excel работает с разными типами данных. Известно, что дата и время в Excel — это числа, отображаемые в специальном числовом формате. Каждая дата в Excel (начиная с 1 января 1900 года) имеет свой порядковый номер. Каждому значению времени также соответствует порядковый номер, который представляет собой дробную часть порядкового номера даты. Например, дата 6 января 1994 года имеет порядковый номер 34340, а время 13:30 этого же дня — порядковый номер 34340,5625.



Для того чтобы узнать порядковый номер даты или времени, необходимо открыть вкладку Число диалогового окна Формат ячеек (команда Формат⇨Ячейки) и в списке Числовые форматы выбрать формат Общий или Числовой. В поле Образец будет отображен порядковый номер даты/времени.

То, как Excel отображает даты, зависит от региональных настроек. В данной книге используются региональные настройки для России (см. рис. 4.8–4.12). Это, в частности, означает, что ввести дату на рабочий лист вы можете несколькими способами. Например, дату 6 января 1994 года можно ввести как 06.01.04, 06/01/04, 06/1-4 или 6-1-4 и т.д. Независимо от того, как вы введете эту дату, Excel отобразит ее в том формате, который указан в поле Краткая дата в диалоговом окне Язык и региональные стандарты (см. рис. 4.8). Так, для настроек, изображенных на рис. 4.8–4.12, дата 6 января 1994 года будет отображена на рабочем листе в виде 06.01.1994. При этом предполагается, что до ввода даты к ячейке был применен числовой формат Общий (по умолчанию ко всем ячейкам применяется формат Общий). Если до ввода даты или времени к ячейке был применен другой числовой формат даты и времени, данные даты и времени будут отображены в этом формате.



В Excel имеется достаточно широкий выбор форматов как для даты, так и для времени. Выбрать нужный формат можно в диалоговом окне Формат ячейки на вкладке Число. При выборе опции Дата в списке Числовые форматы в поле Тип отображаются имеющиеся встроенные форматы даты, а при выборе формата Время в поле Тип отображаются встроенные форматы времени. При выборе значения (все форматы) также можно выбрать один из числовых форматов, отображающих дату и время одновременно.

Для работы с данными даты и времени в Excel имеется 20 функций, некоторые из них требуют установки надстройки “Пакет анализа”. Функции категории **Дата и время** можно условно разделить на четыре группы:

- ▶ функции, возвращающие текущее значение даты и времени — СЕГОДНЯ и ТДАТА;
- ▶ функции преобразования даты — ДАТА, ДАТАЗНАЧ, ДЕНЬ, МЕСЯЦ, ГОД;
- ▶ функции преобразования времени — ВРЕМЯ, ВРЕМЯЗНАЧ, ЧАС, МИНУТЫ и СЕКУНДЫ;
- ▶ функции, вычисляющие количество дней между двумя датами или другие величины, например день недели или количество дней между двумя датами, — ДАТАМЕС, КОНМЕСЯЦА, ЧИСТРАБДНИ, РАБДЕНЬ, НОМНЕДЕЛИ, ДЕНЬНЕД, ДНЕЙ360 и ДОЛЯГОДА.

Для того чтобы вы могли работать с функциями ДАТАМЕС, КОНМЕСЯЦА, ЧИСТРАБДНИ, НОМНЕДЕЛИ, РАБДЕНЬ и ДОЛЯГОДА, необходимо установить надстройку “Пакет анализа”.

Функции СЕГОДНЯ и ТДАТА

Функция СЕГОДНЯ не имеет аргументов и всегда возвращает текущую дату. Если до ввода формулы =СЕГОДНЯ() форматом ячейки был **Общий**, к результату будет применен один из стандартных числовых форматов даты, определяемый региональными настройками операционной системы.

Результат, вычисляемый функцией СЕГОДНЯ, изменяется каждый раз при пересчете рабочего листа. Например, если открыть рабочую книгу на следующий день, то в ячейке с этой формулой будет отображаться текущая дата.



Если вам нужно ввести в ячейку текущую дату, которая не изменялась бы при пересчете рабочего листа, используйте один из следующих способов.

1. Введите формулу =СЕГОДНЯ(), но перед тем как нажать клавишу <Enter>, сначала нажмите клавишу <F9>. Вместо формулы в ячейке будет сохранен результат, вычисляемый этой формулой.
2. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+>. В этом случае текущая дата будет введена в ячейку как константа.

Функция ТДАТА вычисляет текущую дату и время. Функция ТДАТА не имеет аргументов. Для того чтобы отобразить в ячейке текущую дату и время, необходимо ввести следующую формулу: =ТДАТА(). Так же как и функция СЕГОДНЯ, функция ТДАТА заново вычисляет текущую дату и текущее время при пересчете рабочего листа.



Если вам нужно ввести в ячейку текущую дату и время, которые бы не изменялись каждый раз при пересчете рабочего листа, то воспользуйтесь одним из способов, приведенных ниже.

1. Введите формулу =ТДАТА(), затем нажмите клавишу <F9>, затем — <Enter>, чтобы завершить ввод формулы. В ячейке будет сохранен результат.
2. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+>, затем нажмите клавишу <Пробел>, после этого нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+>, затем нажмите клавишу <Enter>.

Функции СЕГОДНЯ и ТДАТА можно объединять с текстовыми строками с помощью функции ТЕКСТ. Например, для даты 22 марта 2004 года и времени 16:32:12 происходит следующее.

- Формула ="Сегодня "&ТЕКСТ(СЕГОДНЯ();"ДД МММ ГГГГ") отображает строку: Сегодня 22 мар 2004.
- Формула ="Сегодня "&ТЕКСТ(ТДАТА();"ДД/ММ/ГГГГ чч:мм") отображает строку Сегодня 22/03/2004 16:32.
- Формула ="Сегодня "&ТЕКСТ(ТДАТА();"ДД МММ ГГГГ") отобразит ту же строку, что и первая формула.
- Формула ="Текущее время "&(ТЕКСТ(ТДАТА();"чч:мм:сс")) отобразит в ячейке текстовую строку в виде Текущее время 16:32:12.

Отображение текущего времени

Формула =ТДАТА()-СЕГОДНЯ() отображает в ячейке порядковый номер времени. Если к ячейке сначала применить один из числовых форматов времени, а затем ввести формулу, то в ячейке будет отображено текущее время в заданном числовом формате. Так, если к ячейке применен формат **Общий**, то после ввода формулы в ячейке отображается порядковый номер времени, если же к этой ячейке сначала применить формат чч:мм:сс, то после ввода формулы в этой ячейке текущее время будет отображено в виде 13:30:00.



Результат, который вычисляется по формуле =ТДАТА()-СЕГОДНЯ(), изменяется каждый раз при пересчете рабочего листа. Если вам нужно ввести текущее время, которое бы не изменялось при пересчете рабочего листа, выполните одно из следующих действий:

- нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+>;
- введите формулу =ТДАТА()-СЕГОДНЯ(), затем нажмите клавишу <F9>, затем — <Enter>; в ячейке сохранится результат; если перед вводом формулы к ячейке был применен формат **Общий**, в ячейке будет отображаться порядковый номер времени.

Функции преобразования даты и времени

Функции ВРЕМЗНАЧ и ДАТАЗНАЧ

Функция ДАТАЗНАЧ возвращает порядковый номер даты. Аргументом функции ДАТАЗНАЧ является текстовая строка, содержащая дату в одном из числовых форматов даты. Например, текстовая строка "12-мар-04", "12/3/4" или "12.03.04" представляет дату 12 марта 2004 года; строка "12,03,2004" не представляет какую-либо дату (рис. 8.2). Если в аргументе функции не указан год, то функция ДАТАЗНАЧ использует текущий год из встроенных часов компьютера. Если аргумент функции содержит дату и время, то информация о времени игнорируется.

Функция ВРЕМЗНАЧ возвращает порядковый номер времени — число в диапазоне 0 до 0,99999999, представляющее время от 0:00:00 (12 часов ночи) до 23:59:59 вечера. Время задается в виде текстовой строки. Например, текстовые строки "13:30" и "13:30:00"

представляют время 13:30. Если аргумент функции содержит дату и время, то информация о дате игнорируется (см. рис. 8.2).

	A	B	C	D	E
1	Функция ДАТАЗНАЧ		Функция ДАТАЗНАЧ		
2	Результат	Формула	Результат	Формула	
3	38058	=ДАТАЗНАЧ("12 мар 04")	0,5625	=ВРЕМЗНАЧ("13:30 pm")	
4	38058	=ДАТАЗНАЧ("12/3/4")	0,5625	=ВРЕМЗНАЧ("13:30")	
5	38058	=ДАТАЗНАЧ("12.03.04")	0,5625	=ВРЕМЗНАЧ("13:30:00")	
6	#ЗНАЧ!	=ДАТАЗНАЧ("12.03.2004")	#ЗНАЧ!	=ВРЕМЗНАЧ("13,30")	
7	#ЗНАЧ!	=ДАТАЗНАЧ("март")	#ЗНАЧ!	=ВРЕМЗНАЧ("13.30")	
8	38058	=ДАТАЗНАЧ("12/3 13:30")	0,5625	=ВРЕМЗНАЧ("12/3/4 1:30 PM")	
9					

Рис. 8.2. Функции ДАТАЗНАЧ и ВРЕМЗНАЧ

Если аргумент задан неправильно, функции ДАТАЗНАЧ и ВРЕМЗНАЧ возвращают значение ошибки #ЗНАЧ!. Например, значение ошибки возвращают формулы =ВРЕМЗНАЧ("13,30") и =ВРЕМЗНАЧ("13.30"), =ДАТАЗНАЧ("12,03,2004") и =ДАТАЗНАЧ("март").



Во многих случаях выполнять преобразование даты и времени в числовой формат не обязательно. Большинство встроенных функций Excel автоматически преобразует даты из текстового формата в числовой.

Функция ДАТА

Функция ДАТА возвращает определенную дату. Синтаксис этой функции: ДАТА(год;месяц;день), где год — это число от 0 до 9999 включительно для системы дат 1900 или число от 4 до 9999 включительно для системы дат 1904, представляющее год. Аргумент месяц — это число от 1 до 12, представляющее месяц года, и аргумент день — это число от 1 до 31, представляющее день месяца. Если до ввода этой функции форматом ячейки был Общий, результат будет отформатирован как дата. Например, формула =ДАТА(2004;3;12) возвращает дату 12 марта 2004 года и отображает ее в виде 12.03.2004. Но если к ячейке сначала применить другой числовой формат, например дд. ммм. гг, а затем ввести формулу, результат будет представлен в виде 12.мар.04. Примеры использования функции ДАТА приведены на рис. 8.3.

	A	B	C
1	Результат	Формула	
2	12.03.2004	=ДАТА(2004;3;12)	
3	22.03.2005	=ДАТА(2004;15;22)	
4	22.09.2002	=ДАТА(2004;15;22)	
5	02.03.2004	=ДАТА(2004;2;31)	
6	31.12.2003	=ДАТА(2004;2;31)	
7	05.12.1900	=ДАТА(1900;12;5)	
8	01.12.3799	=ДАТА(1899;12;1)	
9	11.12.2034	=ДАТА(2034;12;11)	
10	#ЧИСЛО!	=ДАТА(-12;12;1)	
11	#ЧИСЛО!	=ДАТА(10001;12;1)	
12			

Рис. 8.3. Функция ДАТА вычисляет значение даты по трем аргументам

На рис. 8.3 хорошо видно, как работает функция ДАТА в зависимости от значений ее аргументов.

1. Если значение аргумента **месяц** больше 12, введенное число месяцев отсчитывается от первого месяца указанного года. Например, формула `=ДАТА(2004;15;22)` возвращает дату 22 марта 2005 года.
2. Аргумент **месяц** может быть отрицательным или нулевым. В первом случае число месяцев отсчитывается от первого месяца указанного года в обратную сторону. Например, формула `=ДАТА(2004;-15;22)` возвращает дату 22 сентября 2002 года. Если значение аргумента **месяц** равно нулю, то он принимается равным 12, а значение аргумента **год** уменьшается на 1. Например, формулы `=ДАТА(2005;0;22)` и `=ДАТА(2004;0;15)` возвращают даты 22 декабря 2004 года и 15 декабря 2003 года.
3. Если значение аргумента **день** больше числа дней в указанном месяце, введенное число дней отсчитывается от первого дня месяца. Например, формула `=ДАТА(2004;2;31)` возвращает дату 2 марта 2004 года.
4. Аргумент **день** может быть отрицательным или нулевым. В первом случае день вычисляется следующим образом: от первого дня указанного месяца отсчитывается количество дней в обратную сторону. Например, формула `=ДАТА(2004;2;-31)` возвращает дату 31 декабря 2003 года. Если значение аргумента **день** равно 0, то оно принимается равным последнему дню предыдущего месяца, значение месяца при этом уменьшается на 1. Например, формулы `=ДАТА(2004;2;0)` и `=ДАТА(2004;3;0)` возвращают даты 31 января 2004 года и 29 февраля 2004 года.
5. Если оба аргумента **день** и **месяц** являются нулевыми, то возвращается дата 30 ноября предыдущего года. Например, формула `=ДАТА(2005;0;0)` возвращает дату 30 ноября 2004 года.
6. Вычисление года с помощью функции ДАТА зависит от используемой системы дат.
 - **Для системы дат 1900.** Если аргумент **год** принимает значения от 0 до 1899 включительно, Excel прибавляет значение этого аргумента к числу 1900. Например, формула `=ДАТА(1899;12;1)` возвращает дату 1 декабря 3799 года. Если значение аргумента **год** находится в диапазоне от 1900 до 9999 включительно, то функция ДАТА возвращает это значение года. Например, формула `=ДАТА(2034;12;11)` возвращает дату 11 декабря 2034 года. Если значения аргумента **год** больше 9999 или меньше 0, функция ДАТА возвращает значение ошибки **#ЧИСЛО!**
 - **Для системы дат 1904.** К значениям аргумента **год** от 4 до 1899 добавляется число 1900. Если аргумент **год** принимает значения от 4 до 1899 включительно, Excel прибавляет значение этого аргумента к числу 1900. Например, формула `=ДАТА(1899;12;1)` возвращает дату 1 декабря 3799 года. Если значение аргумента **год** находится в диапазоне от 1900 до 9999 включительно, то функция ДАТА возвращает это значение года. Например, формула `=ДАТА(2034;12;11)` возвращает дату 11 декабря 2034 года. Если значения аргумента **год** больше 9999 или меньше 4, функция ДАТА возвращает значение ошибки **#ЧИСЛО!** (рис. 8.4).

	А	В	С
1	Результат	Формула	
2	12.03.2004	=ДАТА(2004;3;12)	
3	22.03.2005	=ДАТА(2004;15;22)	
4	22.09.2002	=ДАТА(2004;-15;22)	
5	02.03.2004	=ДАТА(2004;2;31)	
6	31.12.2003	=ДАТА(2004;2;-31)	
7	#НАСЛО!	=ДАТА(0;12;5)	
8	01.12.3799	=ДАТА(1899;12;1)	
9	11.12.2034	=ДАТА(2034;12;11)	
10	#НАСЛО!	=ДАТА(-12;12;1)	
11	#НАСЛО!	=ДАТА(1999;12;1)	
12			

Рис. 8.4. Пример работы функции ДАТА для системы дат 1904

Функции ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ

Если значения года, месяца и дня находятся в разных ячейках (предположим, для определенности, что это ячейки А1, А2 и А3), в качестве аргументов функции ДАТА могут использоваться ссылки на эти ячейки. В ячейке с формулой =ДАТА(А1;А2;А3) будет отображена дата (рис. 8.5).

Можно ли средствами Excel решить обратную задачу? Предположим, что в ячейке А4 содержится дата. Как извлечь из нее в другие ячейки значения года, месяца и дня? Это можно сделать с помощью функций ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ, которые извлекают соответственно год, месяц и день из даты, заданной в числовом формате даты. Следовательно, с помощью формул =ГОД(А4), =МЕСЯЦ(А4) и =ДЕНЬ(А4) мы получим в ячейках А5, А6 и А7 год, месяц и день, соответствующие дате, которая содержится в ячейке А4. Значение функции ГОД определяется как целое число в интервале от 1900 до 9999. Функция МЕСЯЦ возвращает целое число в диапазоне от 1 до 12, соответствующее номеру месяца; функция ДЕНЬ возвращает целое число в диапазоне от 1 до 31. Например, формула =ДЕНЬ("22.02.2004 12:34") возвращает число 22, формула =МЕСЯЦ("22.02.2004 12:34") — число 2, а формула =ГОД("22.02.2004 12:34") возвращает год — число 2004.

	А	В	С	Д
1	2004 год		22.02.2004 12:34	
2	3 месяц		22	=ДЕНЬ("22.02.2004 12:34")
3	22 день		2	=МЕСЯЦ("22.02.2004 12:34")
4	22.03.2004	=ДАТА(А1;А2;А3)	2004	=ГОД("22.02.2004 12:34")
5	2004	=ГОД(А4)		
6	3	=МЕСЯЦ(А4)		
7	22	=ДЕНЬ(А4)	22.15.2004	
8			#НАЧ!	=ДЕНЬ(07)
9			#НАЧ!	=МЕСЯЦ(07)
10			#НАЧ!	=ГОД(07)
11				
12			22.03.2005	=ДАТА(2004;15;22)
13				

Рис. 8.5. Извлечение года, месяца и дня из даты с помощью функций ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ

Все три функции — ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ содержат один аргумент — дату, заданную в числовом формате, из которой необходимо извлечь год, месяц или день. В качестве аргумента этих функций может использоваться константа или ссылка на ячейку с датой. Желательно, чтобы даты вводились с использованием функции ДАТА или как результат вычисления других формул и функций. Если в ячейку D7 вместо даты 22.05.2004 вы ошибочно ввели дату 22.15.2004 (см. рис. 8.5), Excel автоматически отформатирует введенное значение как текст, сообщения об ошибке не появится, но формулы =ГОД(D7), =МЕСЯЦ(D7) и =ДЕНЬ(D7) вернут значение ошибки #ЗНАЧ!.

Вообще, то, что Excel представляет даты в виде текстовых данных, не такая уж редкость. Например, Excel применяет к дате текстовый формат всегда, когда значение хотя бы одной из составляющих даты — года, месяца или дня — выходит за границы диапазона допустимых значений. Например, даты 45.09.2004, 12.14.2005, 05.12.1876 или 05.-05.2003 будут отформатированы как текст. Но функция ДАТА работает с такими датами — формула =ДАТА(2004;15;22) вернет нам дату 22.03.2005.

С датами, отформатированными как текст, нельзя манипулировать как с обычными датами: нельзя вычислить количество дней, номер недели, нельзя применить другой числовой формат и т.д. Тем не менее в некоторых случаях с помощью текстовых функций вы можете преобразовать даты из текстового формата в числовой. Предположим, в ячейке A2 содержится дата 22.15.2004 (рис. 8.6).

- ▶ Формула =ЛЕВСИМВ(A2;2) извлекает день из даты, представленной в текстовом формате.
- ▶ Формула =ПСТР(A2;4;2) извлекает месяц.
- ▶ Формула =ПРАВСИМВ(A2;4) извлекает номер года.
- ▶ Объединим эти формулы вместе. Формула =ДАТА(ПРАВСИМВ(A2;4); ПСТР(A2;4;2);ЛЕВСИМВ(A2;2)) возвращает дату 22.03.2005.

	A	B	C
1	Исходная дата	Результат	Формула
2	22.15.2004	22	=ЛЕВСИМВ(A2;2)
3		15	=ПСТР(A2;4;2)
4		2004	=ПРАВСИМВ(A2;4)
5		22.03.2005	=ДАТА(ПРАВСИМВ(A2;4); ПСТР(A2;4;2);ЛЕВСИМВ(A2;2))
6			

Рис. 8.6. Пример преобразования даты с помощью текстовых функций и функции ДАТА



Интересный факт! Если аргументом функций ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ является ссылка на пустую ячейку, то эти функции возвращают числа 1900, 1 и 0 соответственно, т.е. дату 0 января 1900 года. Напомним, что эта дата в Excel называется нулевой датой и имеет порядковый номер 0 в системе дат 1900. Для системы дат 1904 соответственно получим 1904, 1 и 1.

Функции ВРЕМЯ, ЧАС, МИНУТЫ и СЕКУНДЫ

Функция ВРЕМЯ возвращает время в одном из числовых форматов времени. Если до ввода формулы =ВРЕМЯ(13;30;00) к ячейке был применен формат **Общий**, результат будет представлен в виде 1:30 PM. Функция ВРЕМЯ имеет три аргумента (синтаксис этой функции: ВРЕМЯ(часы;минуты;секунды)). Первый аргумент — часы —

это число от 0 до 32767, которое задает часы. В тех случаях, когда значение аргумента **часы** больше 23, Excel делит его на 24. Остаток от деления соответствует значению часов, например $\text{ВРЕМЯ}(35;0;0)=\text{ВРЕМЯ}(11;0;0)=0,45833=11:00 \text{ AM}$ (рис. 8.7). В качестве аргументов функции ВРЕМЯ могут использоваться ссылки на ячейки.

	A	B	C	D	E
1	Время	Порядковый номер	Полный формат даты-времени	Результат	Формула
2	35:00:00	1,4583333	01.01.1900 11:00:00	11:00 AM	=ВРЕМЯ(35,0,0)
3	11:00:00	0,4583333	00.01.1900 11:00:00	11:00 AM	=ВРЕМЯ(11,0,0)
4					
5	0:1000:00	0,694444444	00.01.1900 16:40:00	4:40 PM	=ВРЕМЯ(0,1000,0)
6	16:40:00	0,694444444	00.01.1900 16:40:00	4:40 PM	=ВРЕМЯ(16,40,0)
7					
8	0:0:1000	0,01157407	00.01.1900 0:16:40	12:16 AM	=ВРЕМЯ(0,0,1000)
9	0:16:40	0,01157407	00.01.1900 0:16:40	12:16 AM	=ВРЕМЯ(0,16,40)
10					

Рис. 8.7. Пример работы функции ВРЕМЯ

Второй аргумент — **минуты** — это число в диапазоне от 0 до 32767, которое задает минуты. Если значение этого аргумента больше 59, оно пересчитывается в часы и минуты, например $\text{ВРЕМЯ}(0;1000;0)=\text{ВРЕМЯ}(16;40;0)=0,6944=4:40 \text{ PM}$. И наконец, последний аргумент — **секунды** — это число от нуля до 32767, которое задает секунды. Если значение этого аргумента больше, чем 59, оно пересчитывается в часы, минуты и секунды, например $\text{ВРЕМЯ}(0;0;1000)=\text{ВРЕМЯ}(0;16;40)=0,01157=12:16:40 \text{ AM}$. Кстати, при вводе времени 00:00:1000 непосредственно в ячейку Excel автоматически выполнит преобразование секунд в минуты. При этом в ячейке будет отображено время 0:16:40 либо порядковый номер, соответствующий этому времени.

Функции ЧАС, МИНУТЫ и СЕКУНДЫ извлекают из своего аргумента соответственно часы, минуты и секунды. Аргумент функции ЧАС — это целое число в диапазоне от 0 до 23, аргументом функций МИНУТЫ и СЕКУНДЫ является целое число в диапазоне от 0 до 59. В качестве аргументов этих функций могут использоваться текстовая строка, десятичное число или результат, вычисленный с помощью других формул и функций. Например, формула $=\text{ЧАС}(\text{ВРЕМЗНАЧ}("20:25"))$ извлекает часы из времени; результат этой формулы равен 20 (рис. 8.8).

	A	B
1	Результат	Формула
2	29	=МИНУТЫ("12:29:30")
3	13	=ЧАС("12:29:30")
4		
5	13	=ЧАС("12:58:1000")
6	14	=МИНУТЫ("12:58:1000")
7	40	=СЕКУНДЫ("12:58:1000")
8		
9	#ЗНАЧ!	=ЧАС("12:99:99")
10	#ЗНАЧ!	=МИНУТЫ("33:19:99")
11	#ЗНАЧ!	=СЕКУНДЫ("90:99:00")
12		
13	21	=ЧАС("45:12:45")
14		

Рис. 8.8. Функции ЧАС, МИНУТЫ и СЕКУНДЫ

В отличие от функций ГОД, МЕСЯЦ и ДЕНЬ, функции ЧАС, МИНУТЫ и СЕКУНДЫ не возвращают значения ошибки #ЗНАЧИ, если значение одной из составляющих времени выходит за пределы допустимых значений. Формула =МИНУТЫ("12:89:30") возвращает число 29, так как МИНУТЫ("12:89:30")=МИНУТЫ("13:29:30")=29, а формула =ЧАС("12:89:30") возвращает значение 13. Для времени 12:58:1000 формулы =ЧАС("12:58:1000"), =МИНУТЫ("12:58:1000") и =СЕКУНДЫ("12:58:1000") возвращают соответственно числа 13, 14 и 40. Но формулы =ЧАС("12:99:99"), =МИНУТЫ("33:19:99") и =СЕКУНДЫ("50:99:00") возвращают значение ошибки #ЗНАЧИ.

Вычисление разности между двумя датами или моментами времени

Формула =С4-В4 в ячейке D4 вычисляет количество дней между датами в ячейках С4 и В4 (рис. 8.9). Формула =С4-СЕГОДНЯ() в ячейке E4 вычисляет количество дней между текущей датой и датой окончания проекта. Обе формулы скопированы в ячейки D5:D11 и E5:E11, затем к ячейкам с формулами был применен формат Числовой (по умолчанию Excel отображает результат в числовом формате даты).

Промежуток времени между двумя моментами времени вычисляется по аналогичной формуле: =С4-В4 (рис. 8.10). Данная формула правильно вычисляет интервал между двумя значениями времени, но только в том случае, если два этих значения приходятся на один день.



В главе 5 мы говорили о том, что отрицательная дата и отрицательное время в Excel недопустимы, и, если в результате вычислений получается отрицательная дата или время, Excel отображает результат в виде решетки (#####). Если мы применим к ячейке другой числовой формат, например Числовой, то получим отрицательное количество дней. Например, формула =В1-С1 на рис. 8.11 возвращает отрицательную дату или отрицательное количество дней (-369). Формула =В5-С5 также возвращает знаки решетки. Применив другой числовой формат к ячейке с этой формулой, получим отрицательное число -0,365278, т.е. порядковый номер времени 8:46 со знаком "минус".

	A	B	C	D	E	F
1	Сегодня 23.03.2004	Проекты компании (на 2003-2004гг.)				
2						
3	Название проекта	Начало проекта	Окончание проекта	Длительность проекта (в днях)	До окончания проекта осталось (дней)	
4	Проект №1: Внедрение (ру)	12.04.2003	15.04.2004	369	23	
5	Проект №2: Внедрение (ру)	10.04.2003	14.06.2004	404	144	
6	Проект №3: Разработка нов	22.06.2003	05.05.2005	714	400	
7	Проект №4: Реализация нов	12.07.2003	18.09.2005	790	544	
8	Проект №5: Разработка нов	25.09.2003	25.09.2004	366	186	
9	Проект №6: Внедрение нов	05.11.2003	19.05.2005	561	422	
10	Проект №7: Внедрение нов	01.12.2003	01.09.2004	275	162	
11	Проект №8: Внедрение нов	05.02.2004	01.05.2004	117	70	
12						

Рис. 8.9. Вычисление количества дней между двумя датами

D6 * A =C5-B5					
	A	B	C	D	E
1	Расписание движения поездов				
2					
3	№ поезда	Время отправления	Время прибытия	Время в пути	
4	722	12:36	21:22	8:46	
5	222	12:45	21:18	8:33	
6	230	15:26	23:32	8:06	
7	659	18:45	7:05	11:40	
8	43	20:58	4:37	16:21	
9					
10					
11					
12					

Рис. 8.10. Расписание движения поездов

D1 * A =B1-C1						
	A	B	C	D	E	F
1	Дата	12.04.2003	15.04.2004	##### -B1-C1		
2				-369		
3				369 =ABS(B1-C1)		
4						
5	Время	12:36	21:22	##### -B5-C5		
6				-0,365278		
7				8:46:00 =ABS(B5-C5)		
8						

Рис. 8.11. Отображение отрицательного значения времени и дат

При вычитании меньшей даты из большей, а также при вычислении временных интервалов можно использовать математическую функцию ABS, которая возвращает абсолютное значение своего аргумента. Формула $=ABS(B1-C1)$ на рис. 8.11 возвращает количество дней между двумя датами. Формула $=ABS(B5-C5)$ возвращает разницу между двумя моментами времени, т.е. время 8:46.

Для вычисления разницы между двумя значениями времени, которые приходятся на разные дни, использование функции ABS не подходит. Как быть в этом случае? Вспомним, что время, которое отображается в ячейке Excel, — это время, соответствующее нулевой дате. Кстати, время 24:00:00, введенное в ячейку, отображается в строке формул в виде 01.01.1900 0:00:00. Если принять, что время в ячейке B7 относится к нулевой дате, т.е. дате, которой соответствует порядковый номер 0, а время в ячейке C7 относится к другой дате, т.е. к дате с порядковым номером 1 (см. рис. 8.10), то для вычисления разницы между этими двумя значениями времени можно составить следующую формулу: $=C7+1-B7$.

С помощью функции ЕСЛИ имеет смысл объединить две формулы в одну: $=ЕСЛИ(C7<B7;C7+1-B7;C7-B7)$. Присвоим диапазону B4:B8 имя **Время_отправления**, диапазону C4:C8 — **Время_прибытия**. Формула будет иметь следующий вид: $=ЕСЛИ(Время_прибытия<Время_отправления;Время_прибытия+1-Время_отправления;Время_прибытия-Время_отправления)$

Правильное расписание поездов представлено на рис. 8.12.



Если результат, возвращаемый этой формулой, отображается в виде 01.01.1900 12:20 и т.п., примените к ячейкам с формулами другой числовой формат времени.

D7	=ЕСЛИ(C7<B7,C7+1-B7,C7-B7)				
1	A	B	C	D	E
2	Расписание движения поездов				
3	№ поезда	Время отправления	Время прибытия	Время в пути	
4	722	12:36	21:22	8:46	
5	222	12:45	21:18	8:33	
6	237	15:26	23:32	8:06	
7	659	18:45	7:05	12:20	
8	43	20:58	4:37	7:39	
9					

Рис. 8.12. Правильно составленное расписание движения поездов

В примере, рассмотренном выше, вычислялся интервал между двумя значениями времени, которые приходятся на разные дни, но при этом величина временного интервала была меньше 24 часов. Если величина интервала оказывается больше 24 часов, Excel автоматически применяет к ячейке с результатом один из совместных форматов даты и времени. Например, при вычислении интервала между двумя значениями времени (рис. 8.13), Excel отобразит результат в формате ч:мм или дд.мм.гггг ч:мм. Для того чтобы отобразить длительность временного интервала в часах, необходимо применить к ячейке числовой формат [ч]:мм:сс, который позволяет отобразить время, превышающее 24 часа.

1	A	B	C	D	E	F	G
2	Расписание движения поездов						
3	№ поезда	Время отправления	Время прибытия	Время в пути ч:мм	Время в пути дд.мм.гггг ч:мм	Время в пути [ч]:мм:сс	
4	1	21.05.2004 20:58	23.05.2004 4:37	7:39	01.01.1900 7:39	31:39:00	
5	2	21.05.2004 22:58	23.05.2004 14:45	15:47	01.01.1900 15:47	39:47:00	
6	3	21.05.2004 23:58	25.05.2004 11:15	11:17	03.01.1900 11:17	83:17:00	
7	4	22.05.2004 0:58	27.05.2004 16:37	17:39	05.01.1900 17:39	137:39:00	
8	4a	22.05.2004 6:40	29.05.2004 15:25	8:45	07.01.1900 8:45	176:45:00	
9							

Рис. 8.13. Отображение времени, превышающее 24 часа

При вычислениях времени, которое не привязано к конкретной дате, также удобно использовать числовой формат [ч]:мм:сс. Например, на рис. 8.14 отображен график работы одного из работников предприятия. В последней строке графика **Итого** отображается запланированное время работы и фактически отработанное количество часов. К ячейкам B19 и C19 на рис. 8.14 применен числовой формат [ч]:мм:сс.

Функции ДАТАМЕС и КОНМЕСЯЦА

Функции ДАТАМЕС и КОНМЕСЯЦА возвращают дату, отстоящую от заданной даты на указанное количество месяцев вперед или назад. Дата, которая вычисляется функцией ДАТАМЕС, имеет тот же день, что и исходная. Дата, возвращаемая функ-

цией КОНМЕСЯЦА, соответствует последнему дню месяца. Например, формула =ДАТАМЕС(ДАТА(2004;3;12);15) возвращает дату 12.06.2005 (или порядковый номер этой даты — 38515). Дата, вычисляемая по формуле =КОНМЕСЯЦА(ДАТА(2004;3;12);15), будет другой — 30.06.2005.

	A	B	C	D
1	Фамилия	Петров И.П.		
2				
3	Дата	Запланированное время работы	Фактически отработанное время	
4	12.01.2004	8:00	6:35	
5	12.01.2004	8:00	7:15	
6	14.01.2004	8:00	6:15	
7	15.01.2004	8:00	8:45	
8	16.01.2004	7:00	5:00	
9	20.01.2004	8:00	7:15	
10	21.01.2004	8:00	6:30	
11	22.01.2004	8:00	7:45	
12	23.01.2004	8:00	7:45	
13	27.01.2004	7:00	7:00	
14	28.01.2004	8:00	8:15	
15	29.01.2004	8:00	5:25	
16	30.01.2004	8:00	4:20	Числовой формат
17	Итого	6:00	16:05	← ч:мм
18		04.01.1900 6:00	03.01.1900 16:05	← ДД.ММ.ГГТТ ч:мм
19		102 00:00	88 05:00	← [Формат]
20	Формулы	=СУММ(B4:B16)	=СУММ(C4:C16)	
21				

Рис. 8.14. Вычисление времени, не связанного с определенными датами

Обе функции имеют два аргумента: **нач_дата** и **число_месяцев**. Первый аргумент **нач_дата** — это начальная дата. Второй аргумент **число_месяцев** — это количество месяцев до или после даты, определенной аргументом **нач_дата**. Положительное значение аргумента **число_месяцев** означает даты в будущем; отрицательное значение — даты в прошлом. Если **число_месяцев** не является целым, то производится усечение до целого. Например, формула =ДАТАМЕС(ДАТА(2004;3;12);5,5) возвращает значение 38211, которому соответствует дата 12.08.2004, отстоящая от заданной на пять месяцев. Формула =ДАТАМЕС("12.3.2004";-6) возвращает число 37876, что соответствует дате 12.09.2003. Аналогичные формулы с функцией КОНМЕСЯЦА (=КОНМЕСЯЦА(ДАТА(2004;3;12);5,5) и =КОНМЕСЯЦА("12.3.2004";-6)) возвращают даты 31.08.2004 и 30.09.2003, соответственно. Пример использования этих функций приведен на рис. 8.15.



Функции ДАТАМЕС и КОНМЕСЯЦА возвращают значение ошибки в следующих случаях:

- #ЗНАЧ!, если **нач_дата** не является допустимой датой;
- #ЧИСЛО!, если выражение **нач_дата+число_месяцев** вычисляет недопустимую дату;
- #Н/Д, если аргумент **число_месяцев** не задан.

D3		N1 =ДАТАМЕС(A3;12)				
	A	B	C	D	E	F
1						
2	Дата	Платежи				
3		I	II	III	IV	
4	12.03.2004	12.06.2004	12.10.2004	12.03.2005	12.06.2005	=ДАТАМЕС(A3;15)
5	15.03.2004	30.06.2004	31.10.2004	28.02.2005	31.05.2005	=КОНМЕСЯЦА(AA;14)
6						
7	Дата очередного платежа производится на последний день месяца					
8	Дата очередного платежа производится на последний день месяца					

Рис. 8.15. Использование функций ДАТАМЕС и КОНМЕСЯЦА для вычисления будущих дат



Если к ячейке применен формат Общий, результат, возвращаемый функциями ДАТАМЕС и КОНМЕСЯЦА, отображается в виде порядкового номера даты.

Функции ЧИСТРАБДНИ и РАБДЕНЬ

Функция ЧИСТРАБДНИ возвращает количество рабочих дней между двумя датами. Праздничные и выходные дни в это число не включаются, поэтому функцию ЧИСТРАБДНИ можно использовать при вычислении заработной платы работника на основе количества дней, отработанных в указанный период (рис. 8.16). Функция РАБДЕНЬ вычисляет дату (или порядковый номер даты), отстоящую на заданное количество рабочих дней до или после начальной даты.

Полный синтаксис этих функций приведен ниже.

- ▶ ЧИСТРАБДНИ(нач_дата;кон_дата;праздники), где *нач_дата* и *кон_дата* — это начальная и конечная даты, между которыми вычисляется количество рабочих дней.
- ▶ РАБДЕНЬ(нач_дата;количество_дней;праздники), где *нач_дата* — это начальная дата, аргумент *количество_дней* задает количество рабочих дней. Положительное значение аргумента *количество_дней* означает будущую дату; отрицательное значение — прошедшую дату. Если *количество_дней* не целое, то оно отсекается до целого числа.

Последний аргумент *праздники* является необязательным и представляет собой список из одной или нескольких дат, которые требуется исключить из рабочего календаря. На рис. 8.16 такой список содержится в диапазоне В20:В30. Список может представлять собой диапазон ячеек, содержащих даты, либо массив констант, представляющих даты.

А	В	С	Д	Е	Р	Г	Н	І	К	Л	М
1	Начало периода	01.03.2004	=ДАТАИТ(Н1;1)	Месяц	3	Год	2004				
2	Конец периода	31.03.2004	=КОМБЕСР(АД1;В)								Перейти на новый месяц
3	Расчетная ведомость										
4	Таб.№	ФМО	Отдел	Раб./ак.	Инт./отраб.	Начислено	Поддано	Проф.дз.	Пенс. фонд	К выплате	
5	1024	Гончарова Н.М.	1750	22	22	1750,00	225,23	17,50	17,50	1489,77	
6	1040	Сурмина Г. Г.	1750	22	21	1675,48	214,99	16,70	16,70	1421,06	
7	1045	Мягкова Г. Е.	1540	20	19	1330,00	171,17	13,30	13,30	1125,23	
8	1254	Луконова С. Ф.	1520	20	10	660,00	80,30	6,60	6,60	508,17	
9	1500	Григорьева Н. П.	1420	20	22	1420,00	182,75	14,20	14,20	1209,85	
10	1430	Светлана Г. В.	1280	20	22	1280,00	164,74	12,80	12,80	1099,86	
11	1523	Сурма Д. С.	1420	20	22	1420,00	182,75	14,20	14,20	1209,85	
12	1689	Сидорова М. М.	1450	20	21	1384,08	178,13	13,84	13,84	1179,28	
13	1670	Навигатор О. В.	1450	20	20	1318,18	169,66	13,18	13,18	1122,17	
14	1630	Зарубина С. В.	1520	20	20	1361,82	177,84	13,62	13,62	1179,34	
15	2500	Литвинова Т. А.	1420	20	22	1420,00	182,75	14,20	14,20	1209,85	
16	1309	Мухомов С. М.	1520	20	22	1520,00	195,82	15,20	15,20	1299,98	
17	Всего					9085,45	2134,54	165,85	165,85	8419,21	
18											
19	Длительность дня								МРОТ:		
20		01.01.2004									
21		02.01.2004									
22		07.01.2004									
23		08.03.2004									
24		11.04.2004									
25		01.05.2004									
26		02.05.2004									
27		09.05.2004									

Рис. 8.16. Ведомость начислений

На рис. 8.17 приведен один из наиболее типичных примеров использования функции РАБДЕНЬ. Если известно, сколько времени (приблизительно) потребуется на выполнение того или иного проекта, и известна дата начала проекта, то с помощью функции РАБДЕНЬ очень просто вычислить предполагаемую дату окончания проекта. Для этого в ячейку D4 следует ввести формулу: =РАБДЕНЬ(В4;С4;\$А\$15:\$А\$30) и затем скопировать эту формулу в остальные ячейки.

А	В	С	Д	Е	Р
Проекты компании (на 2003-2004гг.)					
3	Название проекта	Начало проекта	Предполагаемая длительность (раб.дней)	Предполагаемая дата окончания	Формула
4	Проект №1. Разработка явки	12.04.2003	110	12.09.2003	=РАБДЕНЬ(В4;С4;\$А\$15:\$А\$30)
5	Проект №2. Реализация явки	18.06.2003	50	27.08.2003	=РАБДЕНЬ(В5;С5;\$А\$15:\$А\$30)
6	Проект №3. Внедрение явки	22.09.2003	60	15.12.2003	=РАБДЕНЬ(В6;С6;\$А\$15:\$А\$30)
7	Проект №4. Внедрение явки	12.10.2003	40	05.12.2003	=РАБДЕНЬ(В7;С7;\$А\$15:\$А\$30)
8	Проект №5. Разработка явки	25.04.2003	132	28.10.2003	=РАБДЕНЬ(В8;С8;\$А\$15:\$А\$30)
9	Проект №6. Внедрение явки	05.11.2003	50	19.01.2004	=РАБДЕНЬ(В9;С9;\$А\$15:\$А\$30)
10	Проект №7. Внедрение явки	01.12.2003	75	19.03.2004	=РАБДЕНЬ(В10;С10;\$А\$15:\$А\$30)
11	Проект №8. Внедрение явки	05.02.2004	80	28.05.2004	=РАБДЕНЬ(В11;С11;\$А\$15:\$А\$30)
12					
13					
14	Длительность дня				
15		01.01.2004			
16		02.01.2004			
17		07.01.2004			
18		08.03.2004			
19		11.04.2004			
20		01.05.2004			
21		02.05.2004			
22		09.05.2004			

Рис. 8.17. Вычисление даты окончания проекта с помощью функции РАБДЕНЬ



Функция ЧИСТРАБДНИ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!, если хотя бы один из ее аргументов — нач_дата или кон_дата — является недопустимой датой. Функция РАБДЕНЬ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!, если нач_дата является недопустимой датой. Кроме того, если значение выражения нач_дата+количество_дней является недопустимой датой, функция РАБДЕНЬ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!.

Функции ДЕНЬНЕД и НОМНЕДЕЛИ

Функция ДЕНЬНЕД возвращает день недели для указанной даты. Синтаксис этой функции: ДЕНЬНЕД(дата_в_числовом_формате;тип). Первый аргумент — дата_в_числовом_формате — это дата, день недели которой необходимо найти. День недели определяется как целое число в диапазоне от 1 до 7 (либо в диапазоне от 0 до 6, если значение второго аргумента функции ДЕНЬНЕД равно 3). Второй аргумент функции ДЕНЬНЕД — тип — это целое число, которое определяет тип возвращаемого значения. Если этот аргумент равен 1, то функция ДЕНЬНЕД возвращает числа в диапазоне от 1 до 7, причем значению 1 соответствует воскресенье, а значению 7 — суббота. Например, формула =ДЕНЬНЕД("22.02.2004 12:34";1) возвращает число 1, что соответствует воскресенью. Если аргумент тип равен 2, функция ДЕНЬНЕД также будет возвращать целые числа в диапазоне от 1 до 7, однако в этом случае числу 1 будет соответствовать понедельник, а числу 7 — воскресенье. Другими словами, формула =ДЕНЬНЕД("22.02.2004 12:34";2) возвращает значение 7, что соответствует воскресенью. И наконец, если аргумент тип равен 3, функция ДЕНЬНЕД возвращает целое число в диапазоне от 0 до 6; числу 0 соответствует понедельник, а числу 6 — воскресенье. Например, формула =ДЕНЬНЕД("22.02.2004 12:34";3) возвращает значение 6.



Вообще определить день недели, на который приходится та или иная дата, можно и без использования функции ДЕНЬНЕД. Примените к ячейке, которая содержит дату, числовой формат ддд или дддд, предварительно добавив их в список пользовательских числовых форматов. (О том, как создавать пользовательские числовые форматы рассказывается в главе 4). Если к ячейке применить формат ддд, дата будет отображаться в виде: Пн, Вт, Ср, Чт, Пт, Сб и Вс. После применения формата дддд в ячейке с датой отображается полное название дня недели: понедельник, вторник, среда и т.д.

Функция НОМНЕДЕЛИ возвращает число, которое указывает, на какую неделю года приходится указанная дата. Например, формула =НОМНЕДЕЛИ(11.04.2004;1) возвращает число 16, т.е. дата 11.04.2004 приходится на 16-ю неделю 2004 года.

Первый аргумент функции НОМНЕДЕЛИ — дата_в_числовом_формате — это дата, для которой необходимо определить номер недели. Второй аргумент — начало_недели — определяет, с какого дня начинается неделя. Если этот аргумент равен 1 или опущен, то первым днем недели считается воскресенье. Если аргумент начало_недели равен 2, первым днем недели считается понедельник. Формула =НОМНЕДЕЛИ(11.04.2004;2) возвращает число 15, т.е. дата 11.04.2004 приходится на 15-ю неделю 2004 года. Пример использования функций ДЕНЬНЕД и НОМНЕДЕЛИ приведен на рис. 8.18.



Функция **НОМНЕДЕЛИ** возвращает значение ошибки **#ЗНАЧ!**, если первый ее аргумент является недопустимой датой, и возвращает значение ошибки **#ЧИСЛО!**, если второй аргумент (*начало_недели*) не равен 1 или 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1			Проекты компании (на 2003-2004гг.)							
2										
3										
4		Название проекта	Начало проекта	День недели	Номер недели	Предполагаемая длительность (в кб. дней)	Предполагаемая дата окончания	День недели	Номер недели	
5	4	Проект №1 Разработка новог	12.04.2003	6	15	110	12.09.2003	5	37	
6	5	Проект №2 Реализация новог	18.05.2003	3	25	50	27.08.2003	3	35	
7	6	Проект №3 Внедрение (груп	22.09.2003	1	39	60	15.12.2003	1	51	
8	7	Проект №4 Внедрение (груп	12.10.2003	7	41	40	05.12.2003	5	49	
9	8	Проект №5 Разработка новог	25.04.2003	5	17	132	28.10.2003	2	44	
10	9	Проект №6 Внедрение новог	05.11.2003	3	45	50	19.01.2004	1	4	
11	10	Проект №7 Внедрение новог	01.12.2003	1	49	75	19.03.2004	5	13	
12	11	Проект №8 Внедрение новог	05.02.2004	4	6	80	28.05.2004	5	22	
13										
14		Праздничные дни								
15	15	01.01.2004								
16	16	02.01.2004								
17	17	07.01.2004								
18	18	09.03.2004								
19	19	11.04.2004								
20	20	01.05.2004								
21	21	02.05.2004								
22	22	09.05.2004								

Рис. 8.18. Пример использования функций **ДЕНЬНЕДЕЛИ** и **НОМНЕДЕЛИ**

Функции **ДНЕЙ360** и **ДОЛЯГОДА**

Функция **ДНЕЙ360** возвращает количество дней между двумя датами на основе 360-дневного года, который состоит из двенадцати (по 30 дней каждый). Синтаксис функции: **ДНЕЙ360(нач_дата;кон_дата;метод)**. Аргументы *нач_дата* и *кон_дата* задают начальную и конечную даты, количество дней между которыми необходимо вычислить. Если *нач_дата* соответствует более поздней дате, чем *кон_дата*, функция возвращает отрицательное значение. Третий аргумент функции **ДНЕЙ360** — *метод* — задает способ вычислений.

- ▶ Если *метод*=ЛОЖЬ или опущен, то используется американский метод вычисления разницы между двумя датами на основе 360-дневного года.
 - Если начальная дата — это 31-й день месяца, то она приравнивается к 30-му числу того же месяца. Например, формулы **=ДНЕЙ360("31.01.2004";"01.02.2004";ЛОЖЬ)** и **=ДНЕЙ360("30.01.2004";"1.02.2004")** возвращают разницу в 1 день.
 - Если конечная дата — это 31-й день месяца и начальная дата меньше, чем 30-е число, то конечная дата приравнивается к первому числу следующего месяца. Например, формулы **=ДНЕЙ360("01.01.2004";"01.02.2004")** и **=ДНЕЙ360("01.01.2004";"31.01.2004")** возвращают один и тот же результат — 30. Во всех остальных случаях конечная дата полагается равной 30-му числу того же месяца. Например, формулы **=ДНЕЙ360("31.12.2003";"31.01.2004")**, **=ДНЕЙ360("30.12.2003";"31.01.2004")** и **=ДНЕЙ360("30.12.2003";"30.01.2004")** вычисляют одинаковый результат — 30 дней.

- ▶ Если *метод*=ИСТИНА, то используется европейский метод, при котором год полагается равным 360 дням, каждый месяц равен 30 дням, но если начальная и конечная даты приходятся на 31-е число месяца, то они полагаются равными 30-му числу того же месяца. Например, формулы =ДНЕЙ360("01.01.2004";"01.02.2004";ИСТИНА) и =ДНЕЙ360("01.01.2004";"31.01.2004";ИСТИНА) возвращают разный результат, так как дата 31.01.2004 для европейского метода полагается равной дате 30.01.2004 (рис. 8.19).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Американский метод					
2	Нач дата	01.01.2004	01.01.2004	31.07.2004	31.07.2004	30.12.2004	
3	Кон дата	01.02.2004	31.01.2004	31.08.2004	03.08.2004	31.12.2004	
4	Количество дней	30	30	30	3	0	
5							
6		Формула =ДНЕЙ360(B2;B3;ИСТИНА) Дата полагается равной 7.07.2004					
7							
8		Европейский метод					
9	Нач дата	01.01.2004	01.01.2004	31.07.2004	31.07.2004	30.12.2004	
10	Кон дата	01.02.2004	31.01.2004	31.08.2004	03.08.2004	31.12.2004	
11	Количество дней	30	29	30	3	0	
12							
13		Формула =ДНЕЙ360(B9;B10;ИСТИНА) Дата полагается равной 30.01.2004					
14							
15							

Рис. 8.19. Вычисление разницы между двумя датами с помощью функции ДНЕЙ360

Функция ДОЛЯГОДА возвращает долю года, которую составляет количество дней между двумя датами (начальной и конечной). Например, формула =ДОЛЯГОДА("12.03.2004";"13.03.2004";1) возвращает число 0,00273224. Если применить к этой ячейке числовой формат Дробный (Дробными до трех цифр), то получим долю года – 1/366.

Первые два аргумента функции ДОЛЯГОДА – *нач_дата* и *кон_дата* – это начальная и конечная даты, количество дней между которыми требуется вычислить. Третий аргумент – *базис* – определяет способ вычисления доли года и является необязательным аргументом.

- ▶ **Базис равен 0 или опущен.** Используется американский метод. Доля года между двумя датами вычисляется в предположении, что год состоит из 360 дней и каждый месяц имеет одинаковое количество дней, равное 30. Формула =ДОЛЯГОДА("12.03.2004";"13.03.2004";0) вычисляет значение 0,00277778. После применения к ячейке с формулой формата Дробный получим значение 1/360. Кроме того, так же как и при вычислении количества дней между двумя датами с помощью функции ДНЕЙ360, предполагается, что:
 - если начальная дата является 31-м числом месяца, то она полагается равной 30-му числу того же месяца;

- если конечная дата является 31-м числом месяца и начальная дата меньше, чем 30-е число, то конечная дата полагается равной первому числу следующего месяца; в остальных случаях конечная дата полагается равной 30-му числу того же месяца.
- ▶ **Базис равен 1.** Предполагается, что обычный год состоит из 365 дней, високосный год — из 366. Количество дней в каждом месяце такое же, как и в обычном календаре: в январе — 31 день, в феврале — 28 дней (в високосном году 29 дней), в марте — 31, в апреле — 30 и т.д.
 - ▶ **Базис равен 2.** Предполагается, что год состоит из 360 дней, но количество дней в каждом месяце такое же, как и в обычном календаре.
 - ▶ **Базис равен 3.** Считается, что каждый год имеет 365 дней. Количество дней в каждом месяце соответствует календарю.
 - ▶ **Базис равен 4.** Используется европейский метод. Доля года вычисляется в предположении, что год состоит из 360 дней и количество дней в каждом месяце принимается равным 30. Причем, если начальная и конечная даты приходятся на 31-е число месяца, то они полагаются равными 30-му числу того же месяца.

На рис. 8.20 показан пример вычисления доли года при различных значениях аргумента *базис*.



Появление значения ошибок при работе с функцией ДОЛЯГОДА вызвано недопустимыми значениями ее аргументов.

- Если *нач_дата* или *кон_дата* не являются допустимой датой, функция ДОЛЯГОДА возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.
- Если аргумент *базис* принимает любое другое значение, кроме 0, 1, 2, 3 и 4, функция ДОЛЯГОДА возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!.

F4		=ДОЛЯГОДА(F2;F3;4)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
		Базис=0	Базис=1	Базис=2	Базис=3	Базис=4			
2	Нач_дата	01.01.2004	01.01.2004	01.01.2004	01.01.2004	01.01.2004			
3	Кон_дата	31.03.2004	31.03.2004	31.03.2004	31.03.2004	31.03.2004			
4	Доля года (числовой формат)	0,25	0,24590164	0,25	0,24657534	0,24722222			
5	Дробный формат	90/360	90/366	90/360	90/365	89/360			
6									
7	Нач_дата	01.04.2004	01.04.2004	01.04.2004	01.04.2004	01.04.2004			
8	Кон_дата	30.06.2004	30.06.2004	30.06.2004	30.06.2004	30.06.2004			
9	Доля года (числовой формат)	0,24722222	0,24590164	0,25	0,24657534	0,24722222			
10	Дробный формат	89/360	90/366	90/360	90/365	89/360			
11									
12	Нач_дата	01.07.2004	01.07.2004	01.07.2004	01.07.2004	01.07.2004			
13	Кон_дата	30.09.2004	30.09.2004	30.09.2004	30.09.2004	30.09.2004		Всего	Базис
14	Доля года (числовой формат)	0,24722222	0,24863388	0,25277778	0,24931507	0,24722222	355/360		0
15	Дробный формат	89/360	91/366	91/360	91/365	89/360	362/366		1
16							367/365		2
17	Нач_дата	01.10.2004	01.10.2004	01.10.2004	01.10.2004	01.10.2004	362/365		3
18	Кон_дата	31.12.2004	31.12.2004	31.12.2004	31.12.2004	31.12.2004	355/360		4
19	Доля года (числовой формат)	0,25	0,24863388	0,25277778	0,24931507	0,24722222			
20	Дробный формат	90/360	91/366	91/360	91/365	89/360			
21									

Рис. 8.20. Пример вычисления доли года с помощью функции ДОЛЯГОДА при различных значениях аргумента *базис*

Функция, которой нигде нет

Функцию РАЗНДАТ очень удобно использовать при вычислении количества дней, месяцев и лет между двумя датами. Однако нигде в справочной системе Excel 2002 и Excel 2003 не упоминается об этой функции. Более того, функции РАЗНДАТ нет в списке функций, который отображается в диалоговом окне **Мастер функций – шаг 1 из 2**, а в диалоговом окне **Аргументы функции** отображается только один аргумент функции вместо трех. Но функцию РАЗНДАТ можно ввести вручную.

Функция РАЗНДАТ имеет три аргумента. Первые два аргумента задают начальную и конечную дату, причем начальная дата должна быть более ранней; в противном случае функция возвращает ошибку (#####). Третий аргумент задает код, который определяет способ вычислений и единицу измерения времени. Всего таких кодов шесть.

- **Код="y"**. Вычисляется количество полных лет между начальной и конечной датами. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"y")` возвращает число 34 – количество лет между указанными датами.
- **Код="m"**. Вычисляется количество месяцев между начальной и конечной датами. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"m")` возвращает число 411 – количество месяцев между указанными датами.
- **Код="d"**. Вычисляется количество дней между начальной и конечной датами. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"d")` возвращает число 12524 – количество дней между указанными датами.
- **Код="md"**. Вычисляется разница в днях между начальной и конечной датами; месяцы и годы, указанные в датах, игнорируются. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"md")` возвращает число 15 – количество дней между указанными датами, как будто обе даты относятся к одному и тому же году и месяцу.
- **Код="ym"**. Вычисляется разность в месяцах между начальной и конечной датами; дни и годы, указанные в датах, игнорируются. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"ym")` возвращает число 3 – количество месяцев между указанными датами; годы и дни игнорируются.
- **Код="yd"**. Вычисляется разница в днях между начальной и конечной датами; годы, указанные в датах, игнорируются. Например, формула `=РАЗНДАТ("13.12.1969";"28.03.2004";"yd")` возвращает число 105 – количество дней между указанными датами с учетом месяцев, но годы не учитываются.

Объединяя несколько функций РАЗНДАТ в одну формулу, можно точно высчитать возраст человека или его стаж работы на определенную дату. Например, следующая формула в ячейке I4 вычисляет полный стаж работы сотрудника Гончаровой Н.М. на текущую дату (рис. 8.21).

```
=ЕСЛИ(ИЛИ(ЗНАЧЕН(ПРАВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))>4;И(ЛЕВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))>0;ПРАВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))>4;ДЛСТР(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))>1));РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y")&" лет, ";ЕСЛИ(ЗНАЧЕН(ПРАВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))=1;РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y")&" год, ";ЕСЛИ(ЗНАЧЕН(ПРАВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y"))=0;"";РАЗНДАТ(Н4;$I$1;"y")&" года, ""))&ЕСЛИ(И(З
```

НАЧЕН(ПРАВСИМВ(РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"ym"))=0;ДЛСТР(РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"ym")=1);"";РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"ym")&" мес.")&ЕСЛИ(РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"md")=0;"";ЕСЛИ(И(РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"md")>0;РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"ym")>0);"&РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"md")&" дн.";РАЗНДАТ(Н4;\$I\$1;"md")&" дн."))

Как работает эта формула, мы предлагаем читателю разобраться самостоятельно.

Особенности использования функций категории Дата и время

В заключение разговора об использовании функций из категории Дата и время еще раз остановимся на некоторых их особенностях.

=Сегодня *ВТЕНСТ(СЕГОДНЯ);"ДД/ДД/11"						
Таб.№	Ф.И.О	ФРВ	К	Должность	Дата принятия на работу	Полный стаж работы на текущий момент
4	1024 Гончарова Н.М.	8,25	3	Ст.инструктор	06.07.1999	4 года, 8 мес., 22 дн.
5	1040 Бурмакин Г. Г.	8,25	3	Ст.инструктор	01.10.2001	2 года, 5 мес., 27 дн.
6	1045 Иванова Г. Е.	8,25	5	Бухгалтер	16.12.1997	16 лет, 3 мес., 32 дн.
7	1254 Пухлякова С. Ф.	8,25	3	Инструктор	01.06.1995	9 лет, 9 мес., 27 дн.
8	1560 Грамакина Н. П.	8,25	1	Оператор	12.04.1994	9 лет, 11 мес., 16 дн.
9	1420 Белозеров Г. В.	8,25	1	Уборщица	12.09.1988	15 лет, 6 мес., 16 дн.
10	1523 Еурма О. С.	8,25	1	Оператор	22.05.2002	1 год, 10 мес., 6 дн.
11	6689 Погорелова М. М.	8,25	4	Секретарь	23.09.2003	6 мес., 5 дн.
12	6670 Капитулин О. В.	8,25	1	Кладовщик	21.03.2002	2 года, 7 дн.
13	6930 Закускин С. В.	8,25	3	Инструктор	02.09.1995	10 лет, 6 мес., 26 дн.
14	2560 Пелешкина Т. А.	8,25	1	Оператор	22.03.1989	15 лет, 6 дн.
15	1309 Иваненко С. М.	8,25	3	Инструктор	26.03.2001	3 года, 3 дн.

Рис. 8.21. Вычисление стажа сотрудников

Неправильный ввод данных. Как правило, функции из категории Дата и время возвращают значение ошибки (в 90 случаях из 100), если дата или время введены неправильно. Ошибки, возникающие при вводе данных, можно свести к минимуму, если дату и время вводить в одном из стандартных числовых форматов даты и времени.

Отображение дат и времени. При работе с данными даты и времени необходимо постоянно помнить о том, что дата и время в Excel — обычные числа. В зависимости от того, какой числовой формат был применен к ячейке до (или после) ввода формулы, можно получить “неправильный” результат. Так, при вычислении количества дней по формуле =B2-B1 в ячейке с формулой отображается значение 30.01.1900 либо значение 30, если до (или после) ввода формулы в ячейку применить к этой ячейке формат Числовой.

Ошибка #ЗНАЧ!. Для того чтобы функции, предназначенные для работы с данными даты и времени, не возвращали ошибки #ЗНАЧ!, желательно вводить все даты с использованием функции ДАТА. Например, формула =КОНМЕСЯЦА("12.13.2004";3) возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!. Но если неправильная дата 12.13.2004 вводится с использованием функции ДАТА, то ошибки не будет: формула =КОНМЕСЯЦА(ДАТА(2004;13;12);3) возвращает дату 30.04.2005 (функция ДАТА преобразует дату 12.13.2004 в другую дату — 12.01.2005). Также, в качестве аргументов можно ис-

пользовать ссылки на ячейки, содержащие числовые константы или формулы. В тех случаях, когда дата интерпретируется как текст, а это, как правило, даты до 1 января 1900 года и даты после 31 декабря 9999 года, вы можете работать с датами только как с текстовой информацией. То есть, вы не можете использовать эти даты в вычислениях и применить к ним другой числовой формат даты.

Интерпретация дат с двузначным годом. Дата с двузначным годом может интерпретироваться в Excel по-разному. По умолчанию годы 2000–2029, обозначаемые двумя числами (00–29), интерпретируются как даты XXI столетия, годы 1930–1999 интерпретируются как даты XX столетия.



Для того чтобы изменить интервал дат, установленный по умолчанию, выберите команду Пуск⇒Панель управления⇒Язык и региональные стандарты. В диалоговом окне Язык и региональные стандарты щелкните на кнопке Настройка и перейдите на вкладку Дата. В группе элементов Календарь измените диапазон значений и щелкните на кнопке Применить. Затем закройте это диалоговое окно. Изменение установленного по умолчанию интервала дат может “спровоцировать” другую проблему — проблему совместимости дат (с двузначным годом) в разных рабочих книгах.

Вычисление количества дней между двумя датами. Если вы используете систему дат 1900 года, вы не можете работать с отрицательными значениями даты и времени. В системе дат 1904 года это возможно. Для того чтобы можно было работать с отрицательными датами и временем, необходимо перейти к системе дат 1904 года. Не спешите это делать! Во многих случаях лучше исправить формулу, возвращающую отрицательный результат, чем столкнуться с проблемой совместимости дат в разных рабочих книгах.



При вычислении количества дней между двумя датами необходимо правильно указывать начальную и конечную даты, учитывая при этом следующий факт: неделя состоит из семи дней, например, понедельнику соответствует дата 2.02.2004, воскресенье — 8.02.2004, но разница между двумя этими датами составляет 6 дней.

Ошибка високосного года. Год 2004 Excel воспринимает как високосный. Если вы введете дату **29 февраля 2004 года**, Excel будет работать с ней как с обычной датой. Но попробуйте ввести дату **29.02.2003** или любую другую несуществующую дату и ... получите просто текстовую строку — 29/02/2003. Если эта дата используется затем в вычислениях, возможны ошибки.



Интересный факт! Год 1900 в Excel считается високосным. Если вы введете дату **29 февраля 1900 года**, Excel отформатирует ее как дату и будет использовать в последующих вычислениях, как и любую другую дату.

Математические функции

В категории **Математические** содержится 60 функций, которые предназначены для работы с числами. Кратко перечислим основные группы математических функций.

- ▶ Функции СУММ, ПРОИЗВЕД, КОРЕНЬ, КОРЕНЬПИ, СТЕПЕНЬ, ЧАСТНОЕ, ОСТАТ, НОД и НОК, а также функции EXP, LN, LOG, LOG10, ABS и ЗНАК

упрощают выполнение арифметических действий с числами. Комбинируя эти функции, вы сможете легко вычислять самые сложные математические формулы.

- ▶ Функции ФАКТР, ДВФАКТР², МУЛЬТИНОМ и ЧИСЛОКОМБ позволяют решать комбинаторные задачи.
- ▶ Функции SIN, COS, TAN и функции ASIN, ACOS, ATAN и ATAN2 относятся к тригонометрическим и обратным тригонометрическим функциям и широко используются в различных практических задачах.
- ▶ Функции SINH, COSH и TANH относятся к гиперболическим функциям. Функции ASINH, ACOSH и ATANH – это обратные гиперболические функции. В формулах гиперболические и обратные гиперболические функции часто заменяются эквивалентными формулами с функциями EXP, LN и КОРЕНЬ.
- ▶ Функции МОБР, МОПРЕД и МУМНОЖ предназначены для работы с матрицами. С их помощью можно быстро найти решение системы линейных уравнений.
- ▶ Функции ОКРУГЛ, ОКРУГЛТ, ОКРУГЛВВЕРХ, ОКРУГЛВНИЗ, ОКРВВЕРХ, ОКРВНИЗ, ЧЁТН, НЕЧЁТ, ЦЕЛОЕ и ОТБР округляют число вверх или вниз с указанной точностью или до указанного количества десятичных разрядов. Как правило, все эти функции используются для округления результата, который возвращается другой формулой или функцией.
- ▶ Функции СУММЕСЛИ, СЧЕТЕСЛИ, СУММПРОИЗВ, СУММКВ, СУМПРАЗНКВ, СУММСУММКВ, СУММКВРАЗН, РЯД.СУММ относятся к так называемым функциям суммирования и подсчета. Функция СЧЕТЕСЛИ³ подсчитывает количество непустых ячеек, удовлетворяющих некоторому условию. Функция РЯД.СУММ вычисляет сумму степенного ряда. Остальные функции суммируют значения в некотором диапазоне или с учетом некоторого условия.

Помимо перечисленных выше функций, в категории **Математические** имеется функция РИМСКОЕ, которая преобразует арабские числа в римские. Например, год 2004 с помощью формулы =РИМСКОЕ(2004) будет преобразован в римское число MMIV. А вот для преобразования римского числа в арабское встроенной функции в Excel нет.

Другой математической функцией является функция ПИ, которая возвращает число π с точностью до 15 цифр. В ячейке с формулой =ПИ() всегда отображается результат: 3,14159265358979.

Еще две функции СЛЧИС и СЛУЧМЕЖДУ возвращают случайное число в некотором интервале. Функция СЛЧИС возвращает случайное число в интервале от 0 до 1. Функция СЛУЧМЕЖДУ возвращает случайное число в заданном интервале. Например, формула =СЛУЧМЕЖДУ(1;10) возвращает случайное число в интервале от 1 до 10. Результат, возвращаемый этими функциями, пересчитывается каждый раз при пересчете рабочего листа.

² В диалоговом окне **Мастер функций** – шаг 1 из 2 функция ДВФАКТР отображается в категории **Инженерные**.

³ В диалоговом окне **Мастер функций** – шаг 1 из 2 функцию СЧЁТЕСЛИ можно найти в категории **Статистические**.

При работе с тригонометрическими функциями часто приходится преобразовывать градусы в радианы и наоборот. В Excel для этого есть две функции — РАДИАНЫ и ГРАДУСЫ. Функция РАДИАНЫ преобразует градусы в радианы, функция ГРАДУСЫ преобразует радианы в градусы. Например, формула =РАДИАНЫ(90) возвращает значение 1,570796; формула =ГРАДУСЫ(1,570796) возвращает значение угла в градусах — 89,999981⁴. Формула =РАДИАНЫ(ГРАДУСЫ(1,570796)) возвращает значение 1,570796.

Сумма, произведение и частное

Функция СУММ вычисляет сумму чисел в заданном диапазоне. Эта функция подробно рассматривалась в главе 6. В Excel также имеется функция ПРОИЗВЕД, которая вычисляет произведение чисел в заданном диапазоне. Работает функция ПРОИЗВЕД точно так же, как функция СУММ. В качестве аргументов функции ПРОИЗВЕД можно использовать числа, ссылки на ячейки или диапазоны ячеек, имена и массивы значений. Если аргумент функции ПРОИЗВЕД является массивом или ссылкой, то в массиве или ссылке учитываются только числа. Пустые ячейки, логические значения, текст и значения ошибок в массиве или ссылке игнорируются.

Функция ПРОИЗВЕД, так же как и функция СУММ, может иметь до 30 аргументов, разделенных точкой с запятой. Например, формула =ПРОИЗВЕД(A2:A6) вычисляет произведение чисел, содержащихся в диапазоне A2:A6 (рис. 8.22). Эквивалентная ей формула имеет вид: =ПРОИЗВЕД(A2;A3;A4;A5;A6).

При вычислении произведения нескольких чисел, так же как и при суммировании, можно использовать операторы объединения и пересечения диапазонов. Формула в ячейке C10 на рис.8.22 вычисляет произведение чисел, содержащихся в диапазоне, который является пересечением диапазонов A2:C6, B2:B6 и A4:C5; этот диапазон состоит из двух ячеек: B4 и B5. Формула в ячейке C11 вычисляет произведение чисел, содержащихся в диапазонах A2:A6, C2:C6 и в ячейках B2 и B6.

Функция ЧАСТНОЕ вычисляет частное двух чисел и возвращает целую часть результата. Например, формула =ЧАСТНОЕ(15;10) возвращает результат, равный 1. Функция ОСТАТ вычисляет остаток от деления двух чисел. Результат имеет такой же знак, как и делитель. Если делитель равен 0, функции ЧАСТНОЕ и ОСТАТ возвращают значение ошибки #ДЕЛ/0!. Формулы с функциями ЧАСТНОЕ и ОСТАТ приведены на рис.8.22.

⁴ В данном случае для округления результата необходимо добавить в формулу функцию ОКРУГЛ, т.е. =ОКРУГЛ(ГРАДУСЫ(1,570796);0).

	A	B	C	D	E
1	Диапазон 1				
2	1	6	11		
3	2	7	12		
4	3	8	13		
5	4	9	14		
6	5	10	15		
7	170	36740	360360	=ПРОИЗВЕД(A2:A6)	
8					
9					
10			72	=ПРОИЗВЕД(A2:C6:B2:B6:A4:C5)	
11			2994592000	=ПРОИЗВЕД(A2:A6:B2:B6:C2:C6)	
12					
13	10:5	Частное	2	=ЧАСТНОЕ(B6:A6)	
14		Остаток	0	=ОСТАТ(B6:A6)	
15	15:10	Частное	1	=ЧАСТНОЕ(C6:B6)	
16		Остаток	5	=ОСТАТ(C6:B6)	
17					

Рис. 8.22. Функции ПРОИЗВЕД, ЧАСТНОЕ и ОСТАТ



Если функция ЧАСТНОЕ недоступна или возвращает ошибку #ИМЯ?, установите надстройку "Пакет анализа".

Модуль и знак числа

Функция ABS вычисляет модуль (или абсолютную величину) числа. Аргументом этой функции может быть любое действительное число. Например, формулы =ABS(-15) и =ABS(15) возвращают число 15.

Функция ЗНАК определяет знак числа. Аргументом функции может быть любое число. Функция ЗНАК возвращает значение 1, если число положительное, и -1, если число отрицательное. Если в ячейке содержится нулевое значение, функция ЗНАК возвращает значение 0. Например, формулы =ЗНАК(-20), =ЗНАК(-0,5) и =ЗНАК(-10000) возвращают значение -1; формулы =ЗНАК(20), =ЗНАК(0,5) и =ЗНАК(10000) возвращают значение 1.

Экспоненциальная и степенная функции

Функция СТЕПЕНЬ возвращает результат возведения числа в степень. Например, формула =СТЕПЕНЬ(5;2) вычисляет значение 25. Вместо функции СТЕПЕНЬ для возведения числа в степень можно использовать оператор ^, например, формула =СТЕПЕНЬ(15;2) эквивалентна формуле =15^2.



Если в качестве первого аргумента функции СТЕПЕНЬ задать число e , то функция СТЕПЕНЬ будет возвращать то же значение, что и функция EXP.

Функция EXP вычисляет число e (2,718 281 828 459...), возведенное в указанную степень. Число e является также основанием натурального логарифма. График экспоненциальной и логарифмической (функция LN) функций приведен на рис. 8.23. По-

сколько аргументом функции LN должно быть только положительное число (в противном случае логарифмическая функция возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!), для вычисления значения функции LN, например в ячейке B3, вместо формулы =LN(A3) лучше использовать другую формулу: =ЕСЛИ(ЗНАК(A3)=1;LN(A3);""). Данная формула вычисляет значение функции LN, только в том случае, если ее аргумент положительный; для всех других значений аргумента функции LN формула возвращает пустую строку.

Логарифмические функции

Функция LN является обратной функцией к функции EXP (см. рис. 8.23). Функция LN вычисляет натуральный логарифм числа. Натуральный логарифм — это логарифм по основанию e.

Функция LOG10 вычисляет десятичный логарифм числа, т.е. логарифм по основанию 10.

Функция LOG вычисляет логарифм числа по заданному основанию. Синтаксис этой функции LOG(число;основание), где число — это положительное вещественное число, для которого вычисляется логарифм, а основание — это основание логарифма. Если второй аргумент этой функции опущен, то основание логарифма полагается равным 10. Например, формулы =LOG(125) и =LOG10(125) вычисляют значение 2,09691.



Аргумент логарифмических функций число должен быть только положительным числом, в противном случае логарифмические функции возвращают значение ошибки #ЧИСЛО!.

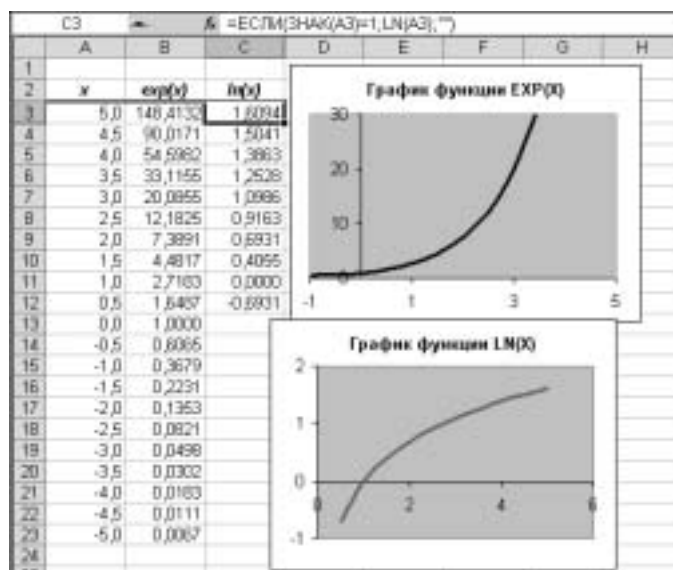


Рис. 8.23. Логарифмическая и экспоненциальная функции

Корень числа

Функция **КОРЕНЬ** вычисляет значение квадратного корня для своего аргумента. Аргументом функции может быть любое неотрицательное число. Функция **КОРЕНЬПИ** возвращает квадратный корень из значения выражения **число*ПИ**.

Если аргумент функций **КОРЕНЬ** и **КОРЕНЬПИ** является отрицательным числом, то эти функции возвращают значение ошибки **#ЧИСЛО!**.

Пример 1. Построить график функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ на интервале от -4 до 4 .

Процесс построения графика состоит из двух этапов. Сначала на рабочем листе создаем таблицу значений функции $\varphi(x)$. Столбец **A** заполняем значениями x , столбец **B** – значениями функции $\varphi(x)$. (Для того чтобы график функции получился достаточно гладким, следует задать малый интервал между соседними значениями x . Например, для диапазона значений $[-4; 4]$ можно выбрать интервал $0,2$ или $0,1$.) В ячейку **B3** вводим формулу: **=EXP(-СТЕПЕНЬ(A3;2)/2)/КОРЕНЬПИ(2)**, которую затем копируем в ячейки **B4:B43**. После этого по данным таблицы строим график функции (рис. 8.24).

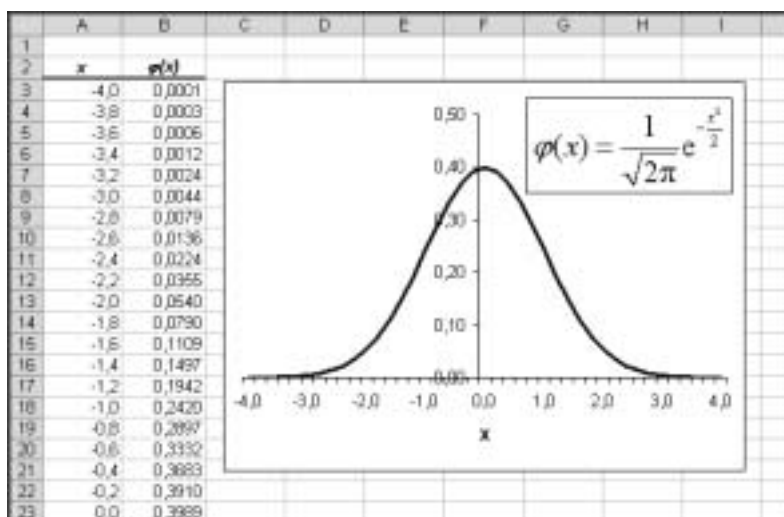


Рис. 8.24. Использование функций **КОРЕНЬПИ** и **EXP**

Функции НОД и НОК

Функция **НОД** возвращает наибольший общий делитель двух или более целых чисел. Синтаксис этой функции: **НОД(число1; число2; ...)**, где **число1**, **число2**, ..., **число29** – это от 1 до 29 числовых значений. Если в качестве аргумента используется не целое значение, то дробная часть числа отбрасывается. Например, формулы **=НОД(12;18)** и **=НОД(12;18,8)** возвращают число 6.

Функция **НОК** возвращает наименьшее общее кратное целых чисел. Так же как и функция **НОД**, функция **НОК** может иметь до 29 аргументов. Если в качестве аргумента используется не целое значение, то дробная часть числа отбрасывается. Наи-

меньшим общим кратным чисел 12, 36, 48, 56 и 128 (формула `=НОК(12;36;48;56;128)`) является число 8064. Наибольшим общим делителем этих же чисел (формула `=НОД(12;36;48;56;128)`) является число 4.



Функции НОД и НОК возвращают значение ошибки:

- #ЗНАЧ!, если хотя бы один из аргументов этих функций не является числом;
- #ЧИСЛО!, если любой из аргументов функции НОК меньше единицы и любой из аргументов функции НОД меньше нуля.



Для того чтобы можно было работать с этими функциями, необходимо установить надстройку “Пакет анализа”.

Комбинаторные функции

Во многих математических исследованиях встречаются задачи, которые можно решить с помощью комбинаторных функций. В Excel имеется пять комбинаторных функций: ФАКТР, ДВФАКТР, МУЛЬТИНОМ, ЧИСЛОКОМБ и ПЕРЕСТ⁵.

Факториал и двойной факториал числа

Функция ФАКТР возвращает факториал числа. Например, формула `=ФАКТР(5)` возвращает значение 120 ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$), формула `=ФАКТР(6)` — значение 720 ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$). Аргументом функции ФАКТР может быть любое неотрицательное число. Если в качестве аргумента функции ФАКТР задано не целое число, то дробная часть числа отбрасывается.

Функция ДВФАКТР возвращает двойной факториал числа. Для четного числа двойной факториал вычисляется по формуле:

$$n!! = n(n-2)(n-4)\dots 4 \cdot 2.$$

Для нечетного числа двойной факториал вычисляется по формуле

$$n!! = n(n-2)(n-4)\dots 3 \cdot 1.$$

Например, формула `=ДВФАКТР(5)` возвращает значение 15 ($1 \cdot 3 \cdot 5 = 15$), формула `=ДВФАКТР(6)` — значение 48 ($2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$). Аргументом функции ДВФАКТР должно быть целое неотрицательное число. Если число не целое, то производится его усечение до целого.



При работе с комбинаторными функциями ФАКТР и ДВФАКТР возможны следующие ошибки:

- #ЗНАЧ!, если аргумент функций — не числовое значение;
- #ЧИСЛО!, если аргумент функций отрицательный.

⁵ Функция ПЕРЕСТ включена в категорию *Статистические*. Работа с этой функцией рассматривается в главе 10.

Полиномиальный коэффициент, или функция МУЛЬТИНОМ

Функция МУЛЬТИНОМ вычисляет полиномиальный коэффициент по следующей формуле:

$$C_n(k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_r)!}{k_1! k_2! \dots k_r!}.$$

Функция МУЛЬТИНОМ может иметь до 29 аргументов. Все аргументы функции должны быть целыми неотрицательными числами. Если хотя бы один из аргументов не является числом, функция МУЛЬТИНОМ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!. Если любой из аргументов меньше единицы, функция МУЛЬТИНОМ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!.

Например, формула =МУЛЬТИНОМ(1;2) возвращает значение 3, формула =МУЛЬТИНОМ(1;2;3) — значение 60, формула =МУЛЬТИНОМ(1;2;3;4) — значение 12 600 и т.д.



Для того чтобы данная функция была доступна, необходимо установить надстройку «Пакет анализа».

Функция ЧИСЛКОМБ

Функция ЧИСЛКОМБ вычисляет количество комбинаций C_n^m для заданного числа объектов по следующей формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Синтаксис функции: ЧИСЛКОМБ(число; число_выбранных), где **число** — это число элементов некоторого множества, **число_выбранных** — это число элементов в каждой комбинации. Оба аргумента должны быть целыми положительными числами. Если какой-либо из аргументов не является числом, то функция ЧИСЛКОМБ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!. Появление ошибки #ЧИСЛО! указывает на то, что хотя бы один из аргументов функции ЧИСЛКОМБ отрицательный. Если какой-либо из аргументов функции ЧИСЛКОМБ не целый, он усекается до целого.

Функция ЧИСЛКОМБ широко используется в комбинаторных задачах. Например, формулы =ЧИСЛКОМБ(3;1) и =ЧИСЛКОМБ(3;2) возвращают значение 3, т.е. существует три способа выбрать один элемент из трех различных элементов и существует три способа выбрать два элемента из трех различных элементов.

Использование комбинаторных функций

Комбинаторика изучает количество комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов заданного конечного множества. В задачах комбинаторики требуется найти число различных выборок определенных объектов.

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов, но с разным порядком их расположения. Число всех возможных перестановок вычисляется по формуле $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Задача 1. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в число только один раз?

Формула =ФАКТР(4) дает нам искомое число четырехзначных чисел — 24.

Сочетаниями (или *сочетанием*) считается любое подмножество из m элементов множества, содержащего n элементов. Другими словами, сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом. Число сочетаний вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Задача 2. Сколькими способами можно из четырех элементов выбрать два элемента?

Обычно функция ЧИСЛКОМБ используется для определения числа всех возможных комбинаций объектов, причем порядок расположения элементов в каждой из комбинаций не учитывается. Например, пары $\{s_1, s_2\}$, $\{s_1, s_3\}$, $\{s_1, s_4\}$, $\{s_2, s_3\}$, $\{s_2, s_4\}$, $\{s_3, s_4\}$ исчерпывают все сочетания из четырех элементов по два. Формула =ЧИСЛКОМБ(4;2) возвращает значение 6.

Задача 3. Сколькими способами можно выбрать три детали из ящика, содержащего 20 деталей?

Формула =ЧИСЛКОМБ(20;3) дает ответ: искомое число способов — 1140.

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком. Число всех возможных размещений вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1).$$

Числа размещений, перестановок и сочетаний связаны равенством $A_n^m = P_m C_n^m$.

Задача 4. В турнире принимают участие восемь команд. Сколько различных предсказаний относительно распределения трех первых мест (по результатам соревнований) можно сделать?

Число размещений можно вычислить с помощью функций ФАКТР и ЧИСЛКОМБ. Формула =ЧИСЛКОМБ(8;3)*ФАКТР(3) вычисляет искомое число различных способов распределения трех первых мест при участии восьми команд — 336.

Задача 5. Сколько различных двузначных чисел можно составить из четырех цифр?

Формула =ЧИСЛКОМБ(4;2)*ФАКТР(2) возвращает результат, равный 12.

Во всех рассмотренных выше задачах предполагалось, что все n элементов различны. Если некоторые элементы повторяются, то в этом случае комбинации с повторениями вычисляются по другим формулам:

- ▶ Число $C_n(n_1, n_2, \dots, n_p)$ различных перестановок с повторениями:

$$C_n(n_1, n_2, \dots, n_p) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_p!},$$

т.е. среди n элементов есть n_1 элементов одного вида, n_2 элементов другого вида и т.д., причем $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$.

- ▶ Число $A(a_r^n)$ различных размещений с повторениями из n элементов по r :

$$A(a_r^n) = n^r.$$

► Число F_n^r различных сочетаний с повторениями из n элементов по r :

$$F_n^r = C_{n+r-1}^{r-1} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}.$$

Задача 6. Имеется шесть цифр 1, 1, 1, 5, 5, 9. Сколько различных шестизначных чисел можно составить из этих цифр?

Шестизначные числа, составленные из цифр 1, 5 и 9, будут содержать три цифры 1, две цифры 5 и одну цифру 9. Количество шестизначных чисел, которые можно составить из данного набора цифр вычисляется по формуле =МУЛЬТИНОМ(1;2;3). Ответ – 60.

Задача 7. Сколько различных трехбуквенных слов (не обращая внимания на то, имеют ли смысл составленные слова) можно составить из 32 букв алфавита?

Количество трехбуквенных слов, которое можно составить из 32 букв, вычисляется по формуле: =СТЕПЕНЬ(32;3). Ответ 32 768.

Задача 8. Имеется два одинаковых кубика (две игральные кости). Вычислить количество различных результатов бросаний этих кубиков.

У каждого кубика шесть граней ($n=6$). При бросании двух одинаковых кубиков ($r=2$) можно получить =ЧИСЛКОМБ(6+2-1;6-1), т.е. 21 различных результатов бросаний.

Вычисление вероятности

Формулы комбинаторики часто используют при вычислении вероятности. Вероятность события определяется по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m – число элементарных исходов испытания, благоприятствующих появлению события A , n – общее число возможных элементарных исходов испытания. Предполагается, что элементарные исходы равновозможны.

Задача 9. В партии из 40 деталей имеется 20 стандартных. В произвольном порядке отобраны 25 деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей окажется ровно 15 стандартных.

Общее число возможных элементарных исходов испытания равно числу способов, которыми можно извлечь 25 деталей из 40 деталей, т.е. числу сочетаний из 40 элементов по 25. Общее число возможных элементарных исходов испытания вычисляется по формуле =ЧИСЛКОМБ(40;25).

Подсчитаем число исходов, благоприятствующих событию: 15 стандартных деталей из 20 стандартных деталей можно получить ЧИСЛКОМБ(20;15) способами. Остальные 25 – 15 деталей должны быть нестандартными: выбрать это количество деталей из оставшихся 40 – 20 нестандартных деталей можно ЧИСЛКОМБ(40-20;25-15) способами. Таким образом, число благоприятствующих исходов равно:

$$= \text{ЧИСЛКОМБ}(20;15) * \text{ЧИСЛКОМБ}(40-20;25-15).$$

Искомая вероятность равна 0,07121 (рис. 8.25):

$$= \text{ЧИСЛКОМБ}(20;15) * \text{ЧИСЛКОМБ}(40-20;25-15) / \text{ЧИСЛКОМБ}(40;25).$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Число деталей	40						
2	Из них стандартных	20						
3	Выбрано наудачу	25						
4	Из них стандартных	15						
5								
6	Вероятность:	0,07121						
7	Формула	=ЧИСЛОСЛОМБ(B2:B4)*ЧИСЛОСЛОМБ(B1-B2,B3-B4)/ЧИСЛОСЛОМБ(B1,B3)						
8								

Рис. 8.25. Вычисление вероятности



Эту же задачу можно решить с помощью формулы

=ГИПЕРГЕОМЕТ(15;25;20;40),

в которой используется статистическая функция ГИПЕРГЕОМЕТ⁶. Функция ГИПЕРГЕОМЕТ возвращает вероятность заданного числа успехов в выборке, если известны размер выборки (в нашем случае размер выборки равен 25), а также число успехов в генеральной совокупности (в нашем случае — это число стандартных деталей в партии) и размер генеральной совокупности. В данной задаче генеральной совокупностью является исходное множество деталей в партии, размер генеральной совокупности равен количеству деталей в партии, т.е. числу 40. Среди 40 деталей имеется 20 стандартных, следовательно, число успехов в генеральной совокупности равно 20. Выборкой является множество из 25 деталей. Число успехов в выборке по условию задачи равно 15. Предполагается также, что все события (успех или неудача) равновероятны.

Тригонометрические функции

Функции COS, SIN и TAN вычисляют соответственно косинус, синус и тангенс заданного угла. Аргумент этих функций — угол, заданный в радианах. Если угол задан в градусах, то следует либо использовать функцию РАДИАНЫ, которая преобразует угол в радианы, либо умножить аргумент функции на ПИ()/180. Например, формулы =SIN(РАДИАНЫ(45)) и =SIN(45*ПИ()/180) возвращают одно и то же значение — 0,707107. Графики функций $\sin(x)$, $\cos(x)$ и $\operatorname{tg}(x)$ показаны на рис. 8.26.

Если аргумент функции TAN равен 90° , формула =TAN(РАДИАНЫ(90)) возвращает значение 1,63246E+16, что не совсем правильно. (В точках $\pi/2 + \pi n$, где n — любое целое число, функция имеет полюс первого порядка.) Чтобы вычисления были корректными, для определения тангенса угла лучше использовать другую формулу:

=ЕСЛИ(ИЛИ(угол=90;угол=-90);"";TAN(РАДИАНЫ(угол)))

Имя угол присвоено диапазону A2:A40 (см. рис. 8.26), в ячейках которого содержатся аргументы (значения углов в градусах) функций $\sin(x)$, $\cos(x)$ и $\operatorname{tg}(x)$.

⁶ Более подробно эта функция рассмотрена в главе 10 вместе с другими статистическими функциями.

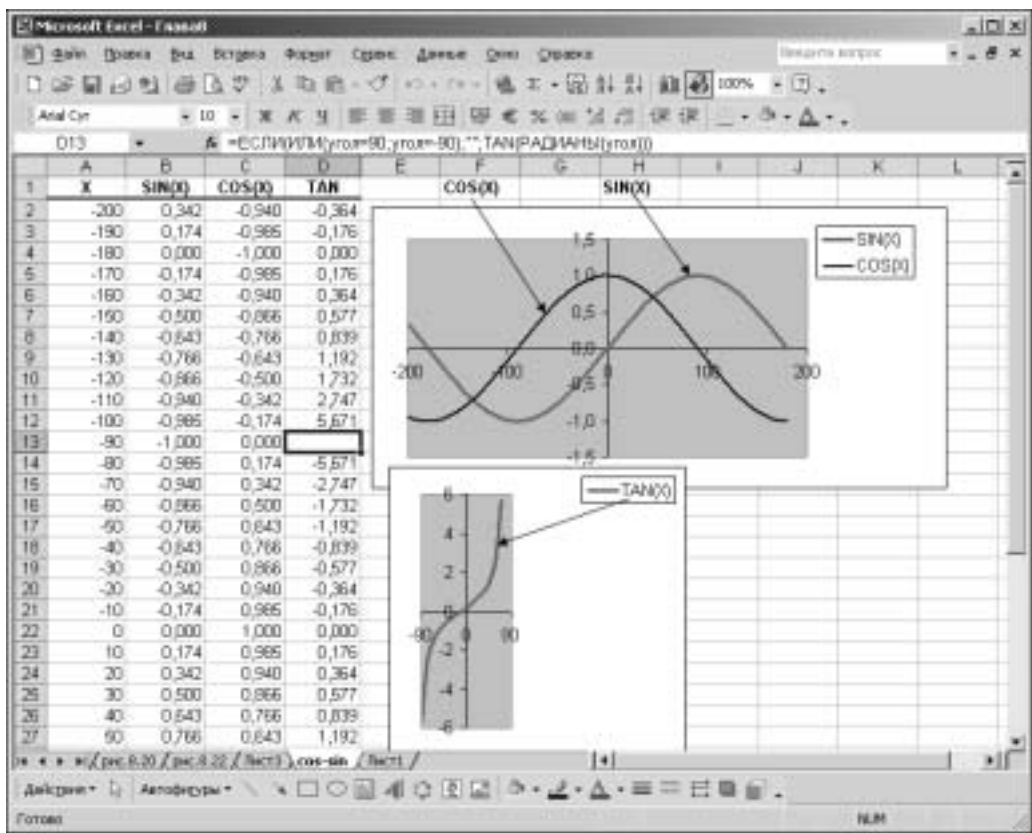


Рис. 8.26. Графики функций $\sin(x)$, $\cos(x)$ и $\operatorname{tg}(x)$

Обратные тригонометрические функции

Функции ACOS и ASIN вычисляют арккосинус и арксинус заданного числа. Арккосинус числа – это угол, косинус которого равен аргументу функции COS, т.е. $\operatorname{ACOS}(\operatorname{COS}(0,785398))=0,785398$. Если мы умножим это число на $180^\circ/\pi$ (или на $180/\text{ПИ}()$), то получим угол, равный 45° . Арксинус числа – это угол, синус которого равен аргументу функции SIN. Так как значения функций SIN и COS находятся в диапазоне от -1 до 1 , то и значения аргументов функций ACOS и ASIN также должны находиться в диапазоне от -1 до 1 (рис. 8.27). Если аргумент функций ASIN и ACOS больше 1 или меньше -1 , функция возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!

Для вычисления арктангенса числа в Excel имеется две функции: ATAN и ATAN2. Функция ATAN вычисляет арктангенс числа. Аргументом этой функции может быть любое число, а область значений функции ATAN – диапазон от $-\pi/2$ до $\pi/2$ (рис. 8.28).

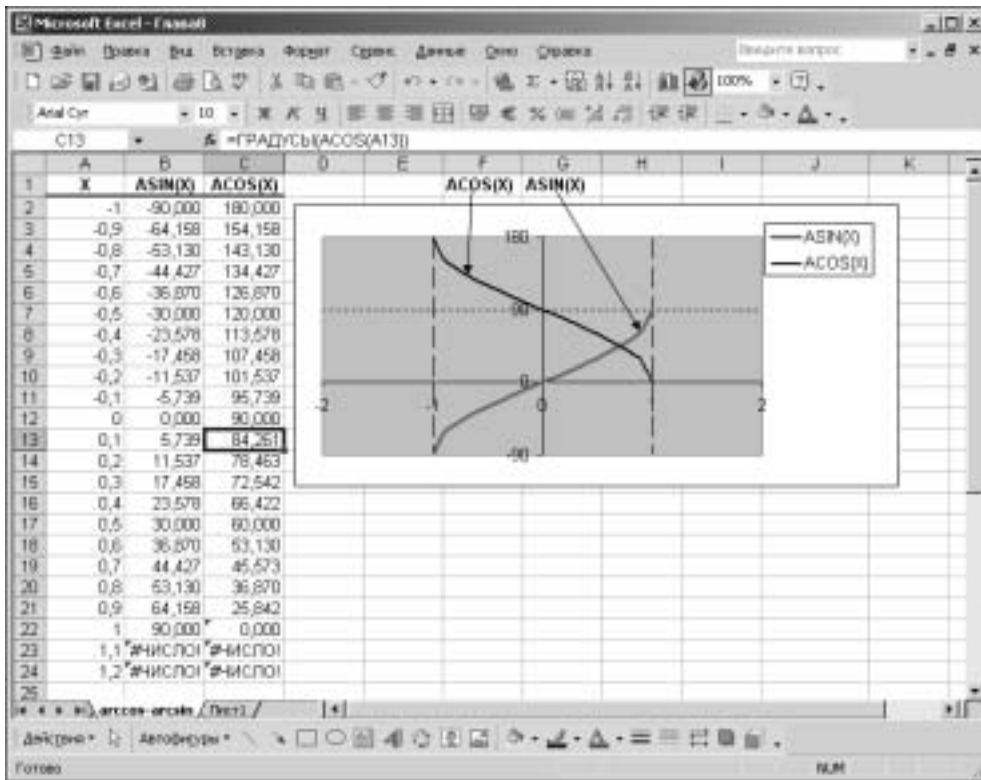


Рис. 8.27. Графики обратных тригонометрических функций ACOS и ASIN

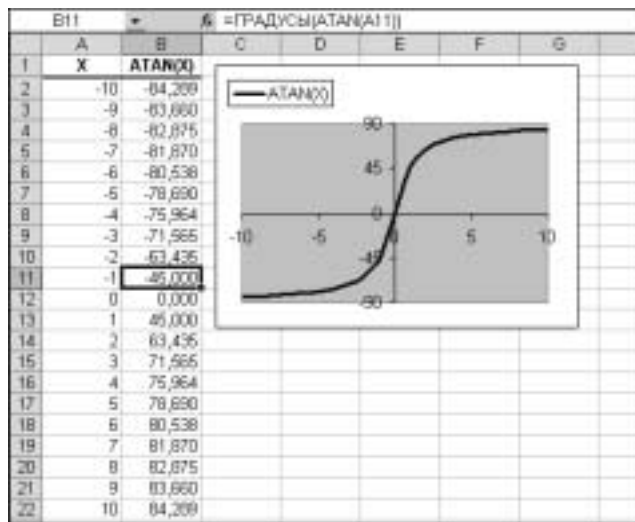


Рис. 8.28. График функции ATAN

Функция ATAN2 вычисляет арктангенс для заданных координат x и y . Арктангенс — это угол между осью x и линией, проведенной из начала координат $(0, 0)$ в точку с координатами (x, y) . Угол определяется в радианах в диапазоне от $-\pi$ до π , исключая $-\pi$. Положительный результат соответствует отсчету угла против часовой стрелки от оси x ; отрицательный результат соответствует отсчету угла по часовой стрелке от оси x . Для положительных значений координаты x формулы $=ATAN2(X;Y)$ и $=ATAN(Y/X)$ вычисляют одинаковые значения, за исключением случая, когда $X=0$. Аргумент X функции ATAN2 может быть равен нулю, но если оба аргумента X и Y равны нулю, функция ATAN2 возвращает значение ошибки #ДЕЛ/0! (рис. 8.29). В обеих таблицах результат определен в градусах, т.е. в ячейку B3 введена формула $=ГРАДУСЫ(ATAN(B\$2/\$A3))$, в ячейку B17 — формула $=ГРАДУСЫ(ATAN2(\$A17;\$B16))$. Затем эти формулы были скопированы в остальные ячейки в соответствующие таблицы.

Вычисление углов и сторон треугольника

Для произвольного треугольника со сторонами a , b и c и противолежащими им углами α , β и γ справедливы следующие соотношения.

- Сумма углов треугольника равна 180° : $\gamma = \pi - \alpha - \beta$.
- Теорема синусов: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$, где R — радиус окружности, описанной вокруг треугольника.
- Теорема косинусов: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$.

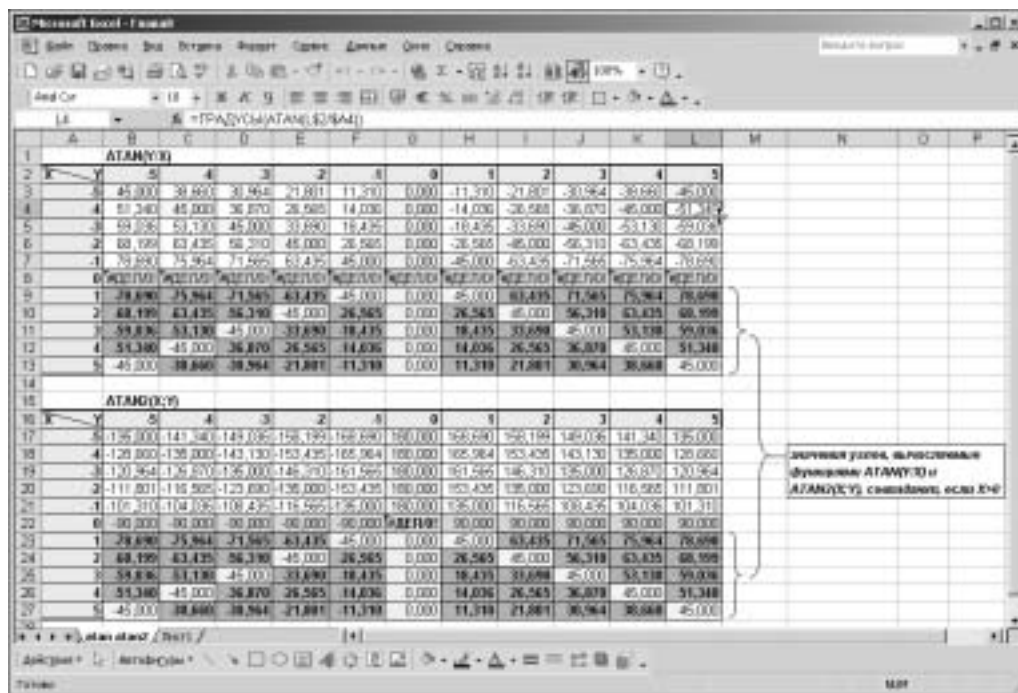


Рис. 8.29. Вычисление угла наклона с помощью функций ATAN(Y/X) и ATAN2(X;Y)

Произвольный треугольник полностью определен, если задан один из наборов элементов:

- три стороны a , b и c ;
- две стороны a и b и угол α , противолежащий одной из них;
- две стороны a и b и угол γ между ними;
- сторона a и два прилежащих к ней угла α и β .

На рис. 8.30 представлен рабочий лист с таблицей, в верхней части которой заданы известные элементы треугольника. В нижней части таблицы по известным формулам для косоугольных треугольников вычисляются неизвестные элементы треугольника.

Например, если известны три стороны, углы треугольника вычисляются по формулам:

- ▶ угол α : $=\text{ACOS}((B3^2+B4^2-B2^2)/(2*B3*B4))$ (или $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$);
- ▶ угол β : $=\text{ASIN}(B3/B2*\text{SIN}(B6))$ (или $\sin \beta = \frac{b}{a} \sin \alpha$);
- ▶ угол γ : $=\text{ПИ}()-B6-B7$ (или $\gamma = \pi - \alpha - \beta$).

Для других наборов элементов используются аналогичные формулы, которые легко получить из основных соотношений.

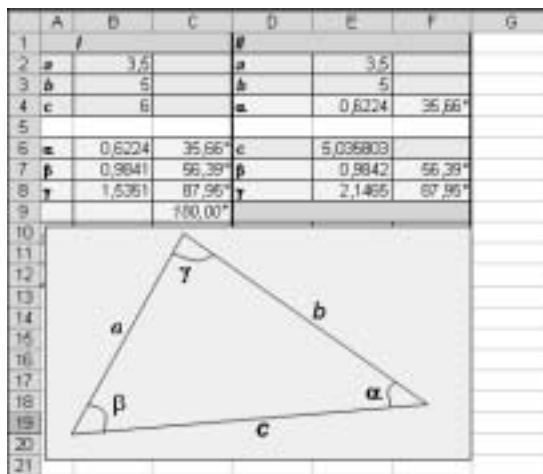


Рис. 8.30. Вычисление углов и сторон произвольного треугольника

Гиперболические функции и обратные гиперболические функции

Функции COSH, SINH и TANH вычисляют соответственно гиперболический косинус, синус и тангенс числа. Аргументом этих функций может быть любое действительное число. Гиперболические функции встречаются в формулах не так часто, как тригонометрические функции. В практических задачах для вычисления гиперболического синуса, косинуса и тангенса используют следующие формулы:

- ▶ гиперболический синус: $\text{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$;
- ▶ гиперболический косинус: $\text{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$;
- ▶ гиперболический тангенс: $\text{th}x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

На рис. 8.31 показаны графики гиперболических функций. Функция SINH(X) может принимать любые значения. Функция COSH(X) имеет минимум в точке (0; 1) и принимает положительные значения, большие 1. Значения функции TANH(X) находятся в диапазоне между -1 и 1.

Обратные гиперболические функции ACOSH, ASINH и ATANH вычисляют соответственно гиперболический арккосинус, гиперболический арксинус и гиперболический арктангенс некоторого числа. Гиперболический арккосинус числа — это значение, гиперболический косинус которого равен этому числу, т.е. $\text{ACOSH}(\text{COSH}(\text{число})) = \text{число}$. Аналогично, $\text{ASINH}(\text{SINH}(\text{число})) = \text{число}$ и $\text{ATANH}(\text{TANH}(\text{число})) = \text{число}$. Аргументом функции ASINH может быть любое действительное число. Аргументом функции ACOSH может быть любое действительное число, большее или равное 1. Аргументом функции ATANH может быть любое число в диапазоне от -1 до 1.

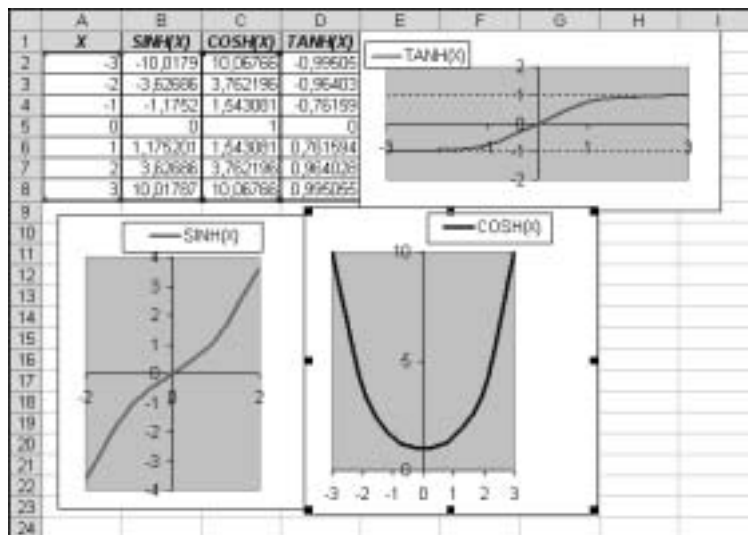
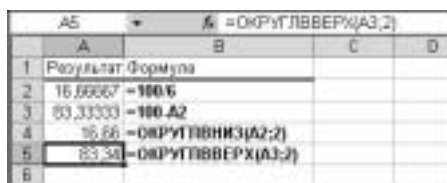


Рис. 8.31. Графики гиперболических функций

Округление чисел

При выполнении некоторых действий, например при делении чисел или извлечении квадратного корня из числа, полученный результат может отличаться от желаемого. Рассмотрим следующий пример. При делении 100 на 6 получается число 16,66667. Разность чисел 100 и 16,66667 равна 83,33333. Предположим, что вместо чисел 16,66667 и 83,33333 на рабочем листе должны отображаться числа 16,66 и 83,34, так как именно эти значения должны использоваться в дальнейших вычислениях. Другими словами, число 16,66667 необходимо округлить с недостатком, а число 83,33333 с избытком (рис. 8.32).



	A	B	C	D
1	Результат	Формула		
2	16,66667	=ОКРУГЛВВЕРХ(A2;2)		
3	83,33333	=ОКРУГЛВНИЗ(A3;2)		
4	16,66	=ОКРУГЛВНИЗ(A4;2)		
5	83,34	=ОКРУГЛВВЕРХ(A5;2)		

Рис. 8.32. Пример округления результатов вычислений

В Excel имеется несколько функций, с помощью которых можно округлить полученный результат:

- до указанного числа десятичных разрядов — функции ОКРУГЛ, ОКРУГЛВВЕРХ, ОКРУГЛВНИЗ и ОТБР, а также функция ЦЕЛОЕ, которая округляет число до ближайшего меньшего целого;
- с указанной точностью — функции ОКРУГЛТ, ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ;
- до ближайшего четного целого числа или нечетного целого числа — функции ЧЁТН и НЕЧЁТ.

Функции ОКРУГЛ и ОКРУГЛТ

Функция ОКРУГЛ (синтаксис ОКРУГЛ(число;число_разрядов)) округляет число до указанного количества десятичных разрядов. Если указанное количество десятичных разрядов равно нулю, число округляется до ближайшего целого. Например, ОКРУГЛ(12,55;0)=13, ОКРУГЛ(12,34;0)=12. Если указано отрицательное количество десятичных разрядов, то число округляется слева от десятичной запятой, например:

- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-1)=1250, ОКРУГЛ(1245,6853;-2)=1200,
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-3)=1000, ОКРУГЛ(1245,6853;-4)=0.

Если указано положительное количество десятичных разрядов, число округляется справа от десятичной запятой, например:

- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;1)=1245,7; ОКРУГЛ(1245,6853;2)=1245,69;
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;3)=1245,685; ОКРУГЛ(1245,6853;4)=1245,6853.

Другие примеры округления чисел с помощью функции ОКРУГЛ показаны на рис. 8.33.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Число	ОКРУГЛ	Формула		Число	ОКРУГЛ	Формула	
2	25,56	25,6	=ОКРУГЛ(A2;1)		25,56	27	=ОКРУГЛ(E2;3)	
3	-25,56	-25,6	=ОКРУГЛ(A3;1)		-25,56	-27	=ОКРУГЛ(E3;-3)	
4	1145,6811	1145,7	=ОКРУГЛ(A4;1)		1145,6811	1146	=ОКРУГЛ(E4;2)	
5	1145,6811	1145,68	=ОКРУГЛ(A5;2)		1145,6811	1150	=ОКРУГЛ(E5;10)	
6	23545,9091	23546,91	=ОКРУГЛ(A6;2)		23545,909	23544	=ОКРУГЛ(E6;5)	
7	-125,345	-130	=ОКРУГЛ(A7;-3)		-125,345	-126	=ОКРУГЛ(E7;-2)	
8	125,345	130	=ОКРУГЛ(A8;-3)		125,345	#ЧИСЛО!	=ОКРУГЛ(E8;-1)	
9								
10								
11								
12								

Рис. 8.33. Округление чисел с использованием функций ОКРУГЛ и ОКРУГЛТ

Функция ОКРУГЛТ (синтаксис ОКРУГЛТ(число;точность)) округляет число с заданной точностью (см. рис. 8.33). Другими словами, функция ОКРУГЛТ производит округление аргумента **число** до ближайшего целого числа, кратного аргументу **точность**, как показано ниже.

- ▶ **Точность равна 1 (-1).** ОКРУГЛТ(12;1)=12; ОКРУГЛТ(125,45;1)=126;
ОКРУГЛТ(13;1)=13; ОКРУГЛТ(-125,45;-1)=-125.
- ▶ **Точность равна 2 (-2).** ОКРУГЛТ(12;2)=12; ОКРУГЛТ(125,45;2)=126;
ОКРУГЛТ(13;2)=14; ОКРУГЛТ(-125,45;-2)=-126.
- ▶ **Точность равна 3 (-3).** ОКРУГЛТ(12;3)=12; ОКРУГЛТ(125,45;3)=126;
ОКРУГЛТ(13;3)=12; ОКРУГЛТ(-125,45;-3)=-126.
- ▶ **Точность равна 4 (-4).** ОКРУГЛТ(12;4)=12; ОКРУГЛТ(125,45;4)=124;
ОКРУГЛТ(13;4)=12; ОКРУГЛТ(-125,45;-4)=-124.
- ▶ **Точность равна 5 (-5).** ОКРУГЛТ(12;5)=10; ОКРУГЛТ(125,45;5)=125;
ОКРУГЛТ(13;5)=15; ОКРУГЛТ(-125,45;-5)=-125.

Формула =ОКРУГЛТ(13;3) округляет число 13 до ближайшего числа, кратного 3. При округлении числа 13 с точностью 2 ближайшими к 13 оказываются два числа, кратные 2, — это числа 12 и 14. Функция ОКРУГЛТ производит округление с избытком, поэтому формула =ОКРУГЛТ(13;2) возвращает число 14, а не 12.



Если знаки аргументов число и точность не совпадают, функция ОКРУГЛТ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!



Для того чтобы можно было работать с функцией ОКРУГЛТ, необходимо установить надстройку “Пакет анализа”.

Функции ОКРУГЛВВЕРХ и ОКРУГЛВНИЗ

Функции ОКРУГЛВВЕРХ и ОКРУГЛВНИЗ (синтаксис ОКРУГЛВВЕРХ(число;число_разрядов) и ОКРУГЛВНИЗ(число;число_разрядов)) округляют число до ближайшего большего или ближайшего меньшего по модулю числа до указанного числа разрядов. Функции ОКРУГЛВВЕРХ и ОКРУГЛВНИЗ работают так же, как и функция ОКРУГЛ с той лишь разницей, что функция ОКРУГЛВВЕРХ всегда производит округление с избытком, а функция ОКРУГЛВНИЗ — всегда с недостатком.

Если аргумент **число_разрядов** является отрицательным, то производится округление числа слева от десятичной запятой. Примеры приведены ниже.

- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-1)=1250; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;-1)=1250;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;-1)=1240.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-2)=1200; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;-2)=1300;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;-2)=1200.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-3)=1000; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;-3)=2000;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;-3)=1000.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;-4)=0; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;-4)=10000;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;-4)=0.

Если указано положительное число разрядов, аргумент округляется справа от десятичной запятой. Примеры приведены ниже.

- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;1)=1245,7; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;2)=1245,7;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;1)=1245,6.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;2)=1245,69; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;2)=1245,69;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;2)=1245,68.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;3)=1245,685; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;3)=1245,686;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;3)=1245,685.
- ▶ ОКРУГЛ(1245,6853;4)=1245,6853; ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;4)=1245,6853;
 ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;4)=1245,6853.

Если число разрядов, до которого требуется округлить число, равно нулю, число округляется до ближайшего целого с избытком (функция ОКРУГЛВВЕРХ) или с недостатком (функция ОКРУГЛВНИЗ), например:

- ▶ ОКРУГЛВВЕРХ(1245,6853;0)=1246; ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;0)=1245;
 ОКРУГЛ(1245,6853;0)=1246.

Другие примеры округления чисел с помощью функций ОКРУГЛ, ОКРУГЛВВЕРХ и ОКРУГЛВНИЗ показаны на рис. 8.34.

E3		=ОКРУГЛВВЕРХ(A2,-1)						
	A	Число разрядов=-1			Число разрядов=-1			H
		ОКРУГЛ ВВЕРХ	ОКРУГЛ ВНИЗ	ОКРУГЛ	ОКРУГЛ ВВЕРХ	ОКРУГЛ ВНИЗ	ОКРУГЛ	
3	223	223	223	223	200	220	223	
4	223,68	223,7	223,6	223,7	200	220	223	
5	11234,88	11234,9	11234,8	11234,9	11200	11230	11230	
6	998,25	998,3	998,2	998,3	1000	990	1000	
7	11,34	11,4	11,3	11,3	20	10	10	
8	-223	-223	-223	-223	-200	-220	-220	
9	-223,68	-223,7	-223,6	-223,7	-200	-220	-220	
10	-11234,88	-11234,9	-11234,8	-11234,9	-11200	-11230	-11230	
11	-998,25	-998,3	-998,2	-998,3	-1000	-990	-1000	
12	-11,34	-11,4	-11,3	-11,3	-20	-10	-10	
13								

Рис. 8.34. Округление чисел с помощью функций ОКРУГЛ, ОКРУГЛВВЕРХ и ОКРУГЛВНИЗ

Функции ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ

Функция ОКРВВЕРХ округляет число с избытком с указанной точностью. Функция ОКРВНИЗ округляет число с недостатком с указанной точностью. Например, формула =ОКРВВЕРХ(442;10), округляет число 442 вверх до ближайшего числа, кратного десяти; результат, возвращаемый формулой, равен 450. Формула =ОКРВНИЗ(442;10) возвращает число 440, т.е. выполняет округление числа 442 вниз, до ближайшего кратного 10.

Функции ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ имеют одинаковый синтаксис.

- ▶ ОКРВВЕРХ(число; точность)
- ▶ ОКРВНИЗ(число; точность)

Первый аргумент — **число** — это число, которое необходимо округлить; второй аргумент — **точность** — задает точность округления.

Примеры округления чисел с помощью функций ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ приведены на рис. 8.35. Обратите внимание на то, как эти функции округляют отрицательные числа. Если число уже имеет заданную точность округления, то оно не округляется.

I	Число	Точность									
		10		100		1000		Е,1		E,2	
		ОКРВВЕРХ	ОКРВНИЗ	ОКРВВЕРХ	ОКРВНИЗ	ОКРВВЕРХ	ОКРВНИЗ	ОКРВВЕРХ	ОКРВНИЗ	ОКРВВЕРХ	ОКРВНИЗ
4	223	230	220	300	200	1000	0	223	223	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
5	223,68	230	220	300	200	1000	0	223,7	223,6	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
6	11234,88	11240	11230	11300	11200	12000	11000	11234,9	11234,8	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
7	999,25	1000	990	1000	900	1000	0	999,3	999,2	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
8	11,34	20	10	100	0	1000	0	11,4	11,3	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!
9	-223	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-230	-220
10	-223,68	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-230	-220
11	-11234,88	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-11240	-11230
12	-999,25	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-1000	-900
13	-11,34	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	-20	-10
14											

Рис. 8.35. Округление чисел с указанной точностью с помощью функций ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ



Если аргументы число и точность функций ОКРВВЕРХ и ОКРВНИЗ имеют разные знаки, то функции возвращают значение ошибки #ЧИСЛО!.

Функции ОТБР и ЦЕЛОЕ

Функция ОТБР отбрасывает дробную часть числа, так что остается целое число. Синтаксис функции: ОТБР(число;число_разрядов), где **число** — это число, которое усекается. Второй аргумент **число_разрядов** — это число, определяющее точность усечения (рис. 8.36). По умолчанию значение аргумента **число_разрядов** равно нулю. Функция ЦЕЛОЕ округляет число до ближайшего меньшего целого. Например, ЦЕЛОЕ(24,56)=24, ЦЕЛОЕ(123,99)=123, ЦЕЛОЕ(-123,67)=-124 и т.п. Функция ЦЕЛОЕ округляет положительные числа так же, как функция ОКРУГЛВНИЗ, у которой второй аргумент **число_разрядов** равен нулю: ЦЕЛОЕ(1245,6853)=ОКРУГЛВНИЗ(1245,6853;0)=1245. Отрицательные числа функция ЦЕЛОЕ округляет в меньшую сторону, т.е. работает так же, как функция ОКРУГЛВВЕРХ, у которой аргумент **число_разрядов** равен нулю: ЦЕЛОЕ(-1245,6853)=ОКРУГЛВВЕРХ(-1245,6853;0)=ОКРУГЛ(-1245,6853;0)=-1246.

	A	B	C	D	E
1	Число	ЦЕЛОЕ(Число)	ОТБР(Число)	ОТБР(Число,2)	
2	-125,56	-126	-125	-125,56	
3	-14,3312	-15	-14	-14,33	
4	-4,3	-5	-4	-4,3	
5	-3,99	-4	-3	-3,99	
6	-2,0130	-3	-2	-2,01	
7	-1,4567	-2	-1	-1,45	
8	-1,33334	-2	-1	-1,33	
9	-1	-1	-1	-1	
10	-0,561233	-1	0	-0,56	
11	-0,33	-1	0	-0,33	
12	0,3	0	0	0,3	
13	0,6666	0	0	0,66	
14	1	1	1	1	
15	1,33	1	1	1,33	
16	3,9998	3	3	3,99	
17	24,6666	24	24	24,66	
18	4,6781	4	4	4,67	
19	5,55	5	5	5,55	
20	145,45	145	145	145,45	
21	200,01	200	200	200,01	
22					

Рис. 8.36. Округление чисел с помощью функций ЦЕЛОЕ и ОТБР

Функции ОТБР и ЦЕЛОЕ подобны, поскольку возвращают целые числа: функция ОТБР отбрасывает дробную часть числа, а функция ЦЕЛОЕ возвращает целую часть числа. При работе с положительными числами функции ЦЕЛОЕ и ОТБР (с аргументом *число_разрядов* равным нулю) возвращают одинаковые значения. Для отрицательных чисел эти функции возвращают разный результат. Функция ОТБР отбрасывает дробную часть отрицательного числа, в результате чего получаем большее число. Например, формула =ОТБР(-4,3) возвращает число -4. Функция ЦЕЛОЕ возвращает целую часть числа, т.е. для отрицательных чисел получим меньшее число. Например, формула =ЦЕЛОЕ(-4,3) возвращает значение -5.

Функции ЧЁТН и НЕЧЁТ

Иногда возникает необходимость округлить какое-либо число до ближайшего четного или нечетного целого числа. В Excel для этого имеются функции ЧЁТН и НЕЧЁТ. Функция ЧЁТН возвращает число, округленное с избытком (по модулю) до ближайшего четного целого, функция НЕЧЁТ округляет число с избытком (по модулю) до ближайшего нечетного целого. Например, формула =ЧЁТН(15) округляет число 15 вверх до ближайшего четного целого - 16; формула =НЕЧЁТ(14) возвращает результат 15. Если число дробное, то функции ЧЁТН и НЕЧЁТ сначала округляют свой аргумент с избытком (по модулю) до ближайшего целого, а затем - до ближайшего четного или нечетного целого (рис. 8.37).

Как видно из рис. 8.37, если число является четным целым, то функция ЧЁТН никакого округления не выполняет. Аналогично, если число является нечетным целым, функция НЕЧЁТ возвращает то же самое число, т.е. округления не происходит.



Функции ЧЁТН и НЕЧЁТ так же, как и остальные функции округления, возвращают значение ошибки #ЗНАЧ!, если аргумент этих функций не является числом.

	А	В	С	Д	Е
1	Число	ЦЕЛОЕ(Число)	ЧЕТН(Число)	НЕЧЕТ(Число)	
2	0	0	0	1	
3	1	1	2	1	
4	2	2	2	3	
5	3	3	4	3	
6	4	4	4	5	
7	5	5	5	5	
8	-125,56	-126	-126	-127	
9	-4,3	-5	-6	-5	
10	-4	-4	-4	-5	
11	-2,01	-3	-4	-3	
12	-1,4567	-2	-2	-3	
13	-1,33	-2	-2	-3	
14	-1	-1	-2	-1	
15	-0,56	-1	-2	-1	
16	-0,33	-1	-2	-1	
17	0,2	0	2	1	
18	1	1	2	1	
19	1,33	1	2	3	
20	3,9999	3	4	5	
21	24,6666	24	26	25	
22	4,6781	4	6	6	
23	5,56	5	6	7	
24	14	14	14	15	
25	14,5	14	16	15	
26	200,01	200	202	201	

Рис. 8.37. Округление чисел с помощью функций ЧЕТН и НЕЧЕТ

Функции суммирования и подсчета

Для вычисления суммы или среднего арифметического чисел в некотором выделенном диапазоне, а также для вычисления минимального и максимального значения в выделенном диапазоне и подсчета числа ячеек существует простой способ, который подробно описан в главе 6. Данный способ не требует использования формул.



Коротко напомним основные действия, которые необходимо выполнить для того, чтобы осуществлять вычисления без формул.

- Щелкните правой кнопкой мыши на строке состояния, чтобы открыть контекстное меню строки состояния.
- Выберите одну из следующих команд контекстного меню.
 - Среднее, чтобы вычислить среднее арифметическое чисел в выделенном диапазоне
 - Количество значений, если необходимо подсчитать количество непустых ячеек
 - Количество чисел, если необходимо подсчитать количество ячеек, содержащих числовые значения
 - Максимум, чтобы определить максимальное значение в выделенном диапазоне
 - Минимум, чтобы определить минимальный элемент в выделенном диапазоне
 - Сумма, если необходимо вычислить сумму чисел в выделенном диапазоне

После этого каждый раз при выделении диапазона в строке состояния будет отображаться результат вычислений (Среднее, Количество значений, Сумма и т.д., в зависимости от того, какое значение было выбрано в контекстном меню строки состояния).

В главе 7 рассказывалось о том, как с помощью информационных функций и функций СЧЁТ, СУММ и ЕСЛИ подсчитать количество ячеек, содержащих только числовые, только логические или только текстовые значения, либо только значения ошибки. Например, в диапазоне **Диапазон2** подсчитать количество ячеек с текстовыми значениями можно с помощью формулы массива `{=СУММ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(Диапазон2);1))}` или `{=СЧЁТ(ЕСЛИ(ЕТЕКСТ(Диапазон2);1))}`. Для подсчета ячеек с числовыми значениями можно использовать аналогичные формулы массива: `{=СУММ(ЕСЛИ(ЕЧИСЛО(Диапазон2);1))}` или `{=СЧЁТ(ЕСЛИ(ЕЧИСЛО(Диапазон2);1))}`. Формула массива `{=СУММ(ЕСЛИ(ЕЧИСЛО(Диапазон2);Диапазон2))}` вычисляет сумму чисел в диапазоне **Диапазон2**.

В Excel для подсчета и суммирования значений имеются специальные функции СЧЁТЕСЛИ и СУММЕСЛИ. Функция СЧЁТЕСЛИ подсчитывает количество ячеек внутри диапазона, удовлетворяющих заданному критерию. Функция СУММЕСЛИ вычисляет сумму чисел, удовлетворяющих заданному критерию. Эти функции очень полезны при создании формул с одним критерием, поэтому мы рассмотрим их более подробно.

Функции СУММЕСЛИ и СЧЁТЕСЛИ

Функции СУММЕСЛИ и СЧЁТЕСЛИ имеют следующий синтаксис:

СУММЕСЛИ(диапазон;критерий;диапазон_суммирования)
СЧЁТЕСЛИ(диапазон;критерий)

Первый аргумент — **диапазон** — это выделенный диапазон, в котором выполняется суммирование или подсчет ячеек. Второй аргумент — **критерий** — определяет условие, выраженное в виде текста, числа или выражения. Условие обязательно должно быть заключено в кавычки, однако для числовых критериев кавычки не обязательны. Например, для того чтобы подсчитать количество ячеек, содержащих число 5, можно использовать как формулу `=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;5)`, так и формулу `=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"5")`. А вот для подсчета ячеек, содержащих только положительные значения, условие `">0"` должно быть обязательно заключено в кавычки. Функция СУММЕСЛИ имеет третий аргумент **диапазон_суммирования**, который определяет фактический диапазон суммирования. Этот аргумент является необязательным; если он опущен, ячейки суммируются в том диапазоне, который определен первым аргументом.

На рис. 8.38 приведен пример суммирования значений с помощью функций СУММЕСЛИ и СЧЁТЕСЛИ. Справа приведены формулы массива, использующие функции СУММ и ЕСЛИ, которые выполняют то же самое, что и формулы с функциями СУММЕСЛИ и СЧЁТЕСЛИ.

Все формулы, представленные на рис. 8.38, выполняют подсчет или суммирование с учетом одного условия. Если необходимо учесть два и более условий, то с помощью функций СУММЕСЛИ и СЧЁТЕСЛИ это можно сделать следующим образом. Предположим, требуется подсчитать количество ячеек, содержащих числа 5 и 3 в диапазоне **Диапазон1**. Формула `=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"5")` подсчитывает количество ячеек, содержащих число 5. Формула `=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"3")` подсчи-

тывает количество ячеек, которые содержат число 3. Объединив эти две формулы, получим количество ячеек, в которых содержится только число 5 или число 3, т.е.

$$=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"5")+СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"3")$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	2	3	4							
2	5		125	1120							
3	5	-15		45							
4	12	12,2	2	12							
5	15	0,45	12	4							
6	-15	0	56	8							
7	текст	-0,45	0	-4							
8											
9	Функции СЧЁТЕСЛИ				Функции СЧЕТ и ЕСЛИ						
10	5 =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"<0")				5 {=СЧЕТ(ЕСЛИ(Диапазон1<0;1))}						
11	2 =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"*")				2 {=СЧЕТ(ЕСЛИ(Диапазон1="*";1))}						
12	10 =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">0")				19 {=СЧЕТ(ЕСЛИ(Диапазон1>0;1))}						
13	2 =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"*0")				2 {=СЧЕТ(ЕСЛИ(ПУСТО(Диапазон1);0))}						
14	1 =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;"текст")				1 {=СЧЕТ(ЕСЛИ(Диапазон1="текст";1))}						
15											
16	Функции СУММЕСЛИ				Функции СУММ и ЕСЛИ						
17	-39,45 =СУММЕСЛИ(Диапазон1;"<0")				-39,45 {=СУММ(ЕСЛИ(Диапазон1<0;Диапазон1))}						
18	1438,65 =СУММЕСЛИ(Диапазон1;">0")				1438,65 {=СУММ(ЕСЛИ(Диапазон1>0;Диапазон1))}						
19	-39 =СУММЕСЛИ(Диапазон1;"<1")				-39 {=СУММ(ЕСЛИ(Диапазон1<1;Диапазон1))}						
20											

Рис. 8.38. Суммирование и подсчет ячеек с одним критерием

Результат, вычисляемый по этой формуле, равен 2, т.е. в диапазоне **Диапазон1** только одна ячейка содержит число 3 и только одна ячейка содержит число 5.

При подсчете и суммировании с помощью функций СЧЁТЕСЛИ и СУММЕСЛИ при задании условий для подсчета ячеек, содержащих текст, можно использовать символы ? и *. Формула =СЧЁТЕСЛИ(A2:A10;"кот") (рис. 8.39) учитывает при подсчете только ячейки, в которых содержится сло-во "кот". Формула =СЧЁТЕСЛИ(A2:A10;"*"&"кот"&"*") подсчитывает ячейки, в которых содержится сочетание букв "кот", и т.д.

Другие функции суммирования

Помимо рассмотренных выше функций суммирования, в Excel имеются функции, позволяющие вместе с суммированием выполнять еще ряд действий. К ним относятся функции СУММПРОИЗВ, СУММКВ, СУММСУММКВ, СУММРАЗНКВ и СУММКВРАЗН.

Функция СУММПРОИЗВ

Данная функция перемножает соответствующие элементы заданных массивов, а затем складывает полученные произведения. Аргументами функции СУММПРОИЗВ являются массивы, причем все массивы должны иметь одинаковые размерности. Если это не так, функция СУММПРОИЗВ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.

	A	B	C	D
1	Текст			
2	книжка	Количество ячеек, содержащих текст		Формула
3	книжки	книж		$0 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "книж")$
4	книжки	"книж"		$2 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "*" & "книж" & "**")$
5	просит	"к"т		$2 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "*" & "к" & "*" & "т" & "**")$
6	книжки	"к"т"		$8 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "*" & "к" & "*" & "т" & "**")$
7	антрезл	к"т"		$1 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "к" & "т" & "*" & "к" & "**")$
8	книжка	"к"т"		$3 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "*" & "к" & "*" & "т" & "**")$
9	книжки	"книж"		$2 = \text{СЧЕТЕСПИМ}(A2:A10; "*" & "книж" & "**")$
10	Книжки			
11				

Рис. 8.39. Примеры подсчета ячеек, содержащих текст

Если в массиве имеются нечисловые значения, то они считаются равными нулю.

Пример 1. Имеются два массива чисел X и N . Вычислите сумму произведений их элементов. Ответ представлен на рис. 8.40. Кстати, формула $=\text{СУММПРОИЗВ}(B1:E1;B2:E2)$ возвращает тот же результат, что и формула массива $\{=\text{СУММ}(B1:E1*B2:E2)\}$.

Пример 2. Вычислите сумму кубов первых десяти чисел. Для вычисления суммы кубов первых десяти чисел можно использовать формулу $=\text{СУММПРОИЗВ}(B1:K1^2;B1:K1)$ или формулу массива $\{=\text{СУММ}(B1:K1^3)\}$. Результат вычислений по этим формулам представлен на рис. 8.41.

	A	B	C	D	E	F
1	X	1	2	3	4	
2	N	20	15	10	5	
3						
4		$100 = \text{СУММПРОИЗВ}(B1:E1;B2:E2)$				
5						

Рис. 8.40. Пример использования функции СУММПРОИЗВ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2												
3		$3025 = \text{СУММПРОИЗВ}(B1:K1;B1:K1)$										
4		$3025 (= \text{СУММ}(B1:K1^3))$										
5		$3025 (= \text{СУММ}(СТЕПЕНЬ(B1:K1;3)))$										
6												

Рис. 8.41. Пример вычисления суммы кубов первых десяти чисел

Функции СУММКВ и СУММСУММКВ

Функция СУММКВ вычисляет сумму квадратов своих аргументов. В качестве аргументов функции СУММКВ можно использовать числовые константы, ссылки на ячейки, ссылку на массив. Количество аргументов функции не должно быть больше 30.

Пример 3. Вычислите сумму квадратов первых десяти чисел. Результат представлен на рис. 8.42. Кроме формулы $=\text{СУММКВ}(B1:K1)$, для вычисления суммы квадратов первых десяти чисел можно использовать формулу массива $\{=\text{СУММ}(B1:K1^2)\}$ или $\{=\text{СУММ}(B1:K1*B1:K1)\}$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	x ²	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	
3	x ³	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	
4		385 = СУММКВ(B1:K1)			385 = СУММПРОИЗВ(B1:K1^2)			55 = СУММ(B1:K1)				
5		770 = СУММСУММКВ(B1:K1;B1:K1)			3025 = СУММПРОИЗВ(B1:K1^2;B1:K1)			385 = СУММ(B2:K2)				
6		770 (=СУММ(B1:K1^2)^2)			385 (=СУММ(B1:K1^2))			3025 = СУММ(B3:K3)				
7					3025 (=СУММ(B1:K1^2))							
8												
9												
10												
11												
12												

Рис. 8.42. Вычисление суммы квадратов и суммы сумм квадратов первых десяти чисел

Функция СУММСУММКВ возвращает сумму сумм квадратов соответствующих элементов двух массивов, используя следующую формулу:

$$S = \sum (x^2 + y^2).$$

В качестве аргументов функции СУММСУММКВ используются ссылки на массивы или имена массивов. Если в массиве содержатся пустые ячейки либо ячейки с текстом или логическими значениями, то эти ячейки игнорируются, однако учитываются ячейки с нулевыми значениями. Оба массива должны иметь одинаковое количество ячеек, иначе функция СУММСУММКВ возвращает значение ошибки #Н/Д.

Функции СУММРАЗНКВ и СУММКВРАЗН

Функция СУММРАЗНКВ возвращает сумму разностей квадратов соответствующих значений двух массивов по формуле:

$$S = \sum (x^2 - y^2).$$

Функция СУММКВРАЗН вычисляет сумму квадратов разностей соответствующих значений двух массивов по следующей формуле:

$$S = \sum (x - y)^2.$$

В качестве аргументов функций можно использовать ссылки на массивы, имена массивов или массивы констант. Логические и текстовые значения, а также пустые ячейки игнорируются, но учитываются нулевые значения. Оба аргумента функций должны иметь одинаковое количество элементов. Если это не так, то функции СУММРАЗНКВ и СУММКВРАЗН возвращают значение ошибки #Н/Д. Пример использования функций СУММКВРАЗН и СУММРАЗНКВ приведен на рис. 8.43

Функция РЯД.СУММ

Функция РЯД.СУММ возвращает сумму степенного ряда, вычисленную по формуле:

$$S(x, n, m, a) = a_1 x^n + a_2 x^{n+m} + a_3 x^{n+2m} + \dots + a_j x^{n+(j-1)m}.$$

Функция РЯД.СУММ имеет синтаксис РЯД.СУММ(х;п;т;коэффициенты).

Ниже перечислены аргументы функции РЯД.СУММ.

- x — определяет значение переменной x степенного ряда.
- n — показатель степени для первого члена степенного ряда.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	y	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
3		1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	
4												
5			260 = СУММРАЗНКВ(B2:K2:B1:K1)					28 = СУММРАЗНКВ(B2:C2:B1:C1)				
6			40 = СУММКВРАЗН(B2:K2:B1:K1)					8 = СУММКВРАЗН(B2:C2:B1:C1)				
7												
8												

Рис. 8.43. Вычисления с помощью функций СУММКВРАЗН и СУММРАЗНКВ

- m — шаг, на который увеличивается показатель степени n для каждого следующего члена степенного ряда.
- Остальные аргументы определяют коэффициенты a_i при соответствующих степенях x . Количество значений в аргументе **коэффициенты** определяет количество членов степенного ряда. Например, если заданы только три коэффициента, то степенной ряд содержит три слагаемых.

Многие элементарные функции можно разложить в степенные ряды. Например, функцию e^x можно представить в виде ряда:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}.$$

Для вычисления суммы данного ряда можно использовать формулу с функцией РЯД.СУММ:

=РЯД.СУММ(2;0;1;A2:A10)

Предполагается, что в ячейках A2:A10 содержатся значения коэффициентов при соответствующих степенях x , и $x = 2$.

Пример 4. Вычислите сумму $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{8!}$.

Чтобы вычислить сумму ряда, введем на рабочий лист формулу с функцией РЯД.СУММ (рис. 8.44):

=РЯД.СУММ(1;0;0;A2:A10).

Первый аргумент равен значению переменной x (в этом примере $x = 1$), второй аргумент — это показатель степени для первого члена степенного ряда (в данном примере показатель степени первого члена ряда равен 0), третий аргумент также равен 0 (точнее, значение третьего аргумента функции РЯД.СУММ для данного примера может быть любым числом: 0, 1, 2 и т.д.). В ячейках A2:A10 находятся коэффициенты. Полученный результат будет равен числу e .

	A	B	C	D	E
1	Коэффициенты	Формулы	Формулы		
2					
3	1	=1/ФАКТР(1)	-1	=1/ФАКТР(1)	
4	0,5	=1/ФАКТР(2)	0,5	=1/ФАКТР(2)	
5	0,166666667	=1/ФАКТР(3)	-0,166666667	=1/ФАКТР(3)	
6	0,041666667	=1/ФАКТР(4)	0,041666667	=1/ФАКТР(4)	
7	0,008333333	=1/ФАКТР(5)	-0,008333333	=1/ФАКТР(5)	
8	0,001388889	=1/ФАКТР(6)	0,001388889	=1/ФАКТР(6)	
9	0,000198413	=1/ФАКТР(7)	-0,000198413	=1/ФАКТР(7)	
10	2,48016E-05	=1/ФАКТР(8)	2,48016E-05	=1/ФАКТР(8)	
11					
12	2,71827877	=РЯД.СУММ(1;0;2;A2:A10)	0,367881944	=РЯД.СУММ(1;0;2;C2:C10)	
13					
14	$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{8!}$		$1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{1}{8!}$		
15					
16					
17					

Рис. 8.44. Вычисление суммы ряда с помощью функции РЯД.СУММ



Для того чтобы функция РЯД.СУММ была доступна, необходимо установить надстройку “Пакет анализа”.

Пример 5. Вычислите сумму $1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{1}{8!}$.

Исходные данные для этого примера представлены на рис. 8.44. Для вычисления суммы используется формула =РЯД.СУММ(1;0;2;C2:C10). Результат, вычисляемый этой формулой, равен 0,36788 или числу $1/e$.

Функции для работы с матрицами

Матрица A представляет собой массив чисел, расположенных в виде таблицы.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Если таблица содержит m строк и n столбцов, то говорят о матрице $m \times n$. Числа a_{ij} называются *элементами* матрицы A . Первый индекс элемента означает номер строки, второй — номер столбца. Если матрица содержит только одну строку (или один столбец), то говорят о вектор-строке (или о вектор-столбце).

В Excel работать с матрицами можно несколькими способами:

- ▶ вычислять каждый элемент массива отдельно, используя обычные формулы;
- ▶ вычислять все или несколько элементов массива с помощью формул массива;
- ▶ использовать в вычислениях матричные функции.

Очевидно, что второй и третий способы намного эффективнее первого. Комбинируя их, вы можете решать задачи линейной алгебры и множество других прикладных задач, требующих матричных вычислений.

Как вводить и редактировать формулы массива, рассказывается в главе 5. Там же на конкретных примерах — умножение вектора на число и вычисление суммы и разности двух векторов — обсуждаются основные правила работы с формулами массива. При умножении матрицы на число и при сложении матриц используются аналогичные формулы.

Пример 6. Вычислите матрицу $B = 10 \cdot A$.

Выполняем те же действия, что и при умножении вектора на число.

1. В ячейки A1:D4 вводим элементы матрицы A (рис. 8.45).
2. Выделяем диапазон ячеек A7:D10, в котором будет находиться матрица B .
3. Вводим формулу $=A1:D4*10$.
4. Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter>; формула заключается в фигурные скобки.

Результат вычислений показан на рис. 8.45. Если число 10 ввести на рабочий лист, например в ячейку F1, то необходимо ввести другую формулу: A1:D4*F1. Ввод данной формулы также завершается нажатием комбинации клавиш <Ctrl+Shift+Enter>.

Пример 7. Имеются две матрицы A и B (см. рис. 8.45). Вычислите их сумму и разность.

При сложении и вычитании двух массивов чисел выполняется точно такая же последовательность действий, как и при умножении матрицы на число. Сначала вводим исходные данные (элементы матриц A и B), выделяем диапазон ячеек, в который будет помещен результат, и вводим в него формулу. Ввод формулы завершаем нажатием комбинации <Ctrl+Shift+Enter> (рис. 8.46).

Для вычисления матрицы $A + B$ в диапазоне A12:D15 использовалась формула $\{=A1:D4+A7:D10\}$. Для того чтобы вычислить матрицу $B - A$, необходимо в диапазон ячеек G12:J15 ввести формулу массива $\{=A7:D10-A1:D4\}$.



На рис. 8.46 одна из формул массива вводилась в диапазон G2:J6, который содержит больше ячеек (лишнюю строку), чем матрицы A и B . После нажатия комбинации клавиш <Ctrl+Shift+Enter> все ячейки в лишней строке будут заполнены значениями ошибки #Н/Д.

	A7	*	# (=A1:D4*10)			
	A	B	C	D	E	F
1	0,2	0,1	0,4	0,1		
2	0,1	0	0,3	0,2	A	
3	0,2	0,2	0,1	0,2		
4	0,1	0,4	0	0,4		
5						
6						
7	2	1	4	1	B-A	
8	1	0	3	2		
9	2	2	1	2		
10	1	4	0	4		
11						

Рис. 8.45. Умножение матрицы на число

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,2	0,1	0,4	0,1			A+B				
2	0,1	0	0,3	0,2	A		2,2	1,1	4,4	1,1	
3	0,2	0,2	0,1	0,2			1,1	0	3,3	2,2	
4	0,1	0,4	0	0,4			2,2	2,2	1,1	2,2	
5							1,1	4,4	0	4,4	
6							#ИД	#ИД	#ИД	#ИД	
7	2	1	4	1	B=10^A		Выделены лишние строки				
8	1	0	3	2			B*A				
9	2	2	1	2			1,8	0,9	3,6	0,9	
10	1	4	0	4			0,9	0	2,7	1,8	
11							1,8	1,8	0,9	1,8	
12	2,2	1,1	4,4	1,1	A*B		0,9	3,6	0	3,6	
13	1,1	0	3,3	2,2							
14	2,2	2,2	1,1	2,2							
15	1,1	4,4	0	4,4							
16											
17											

Рис. 8.46. Сложение матриц

Матричные функции

Все матричные функции работают с массивами значений. Это означает, что формулы с матричными функциями следует вводить как формулы массива, т.е. по окончании ввода формулы вместо клавиши <Enter> следует нажимать комбинацию <Ctrl+Shift+Enter>.

Транспонирование матрицы или функция ТРАНСП

Любую матрицу (массив значений) можно транспонировать. Матрица A^T называется *транспонированной* к матрице A , если ее строки являются столбцами матрицы A (при этом одновременно столбцы матрицы A^T являются строками матрицы A). Чтобы транспонировать матрицу, нужно просто поменять местами ее строки и столбцы. В Excel транспонировать матрицу можно несколькими способами.

Способ 1. Использование команды Правка⇒Специальная вставка.

1. Выделите матрицу, которую необходимо транспонировать. Затем выберите команду Правка⇒Копировать. Исходная матрица будет скопирована в буфер обмена.
2. Укажите верхнюю левую ячейку диапазона, в который будет помещена транспонированная матрица.
3. Выберите команду Правка⇒Специальная вставка. Откроется диалоговое окно Специальная вставка, изображенное на рис. 8.47.
4. Установите переключатель Вставить в положение значения и флажок транспонировать, который расположен в нижней части окна. Затем щелкните на кнопке ОК.

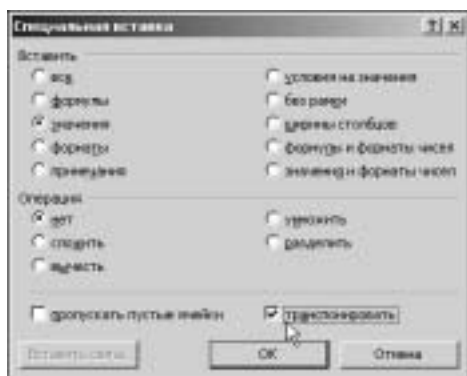


Рис. 8.47. Установка параметров копирования диапазона значений в диалоговом окне **Специальная вставка**

Способ 2. Использование функции ТРАНСП. Функция ТРАНСП относится к категории **Функции просмотра** (другое название этой категории — **Ссылки и массивы**) и выполняет транспонирование массива (или матрицы). Чтобы выполнить транспонирование матрицы с помощью функции ТРАНСП, выполните следующие действия.

1. Введите на рабочий лист исходную матрицу размера 4×2 (рис. 8.48).
2. Выделите диапазон ячеек, в который будет помещена транспонированная матрица. При выделении диапазона необходимо учитывать, что матрица размера $m \times n$ после транспонирования имеет размер $n \times m$. В данном случае необходимо выделить диапазон размера 2×4 .
3. Введите формулу **=ТРАНСП(исходный_массив)**, где **исходный_массив** — это имя, присвоенное диапазону с исходной матрицей. В качестве аргумента функции ТРАНСП можно использовать ссылку на массив, содержащий исходные значения.
4. Закончив ввод формулы, нажмите комбинацию клавиш **<Ctrl+Shift+Enter>**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Исходная матрица		Транспонированная матрица					
2	1,8	0,9		1,8	0,9	1,8	0,9	
3	0,9	1,2		0,9	1,2	1,8	3,6	
4	1,8	1,8						
5	0,9	3,6						
6								

Рис. 8.48. Транспонирование матрицы с помощью функции **ТРАНСП**

Преимущество использования второго способа очевидно. Транспонированный массив связан с исходным формулой массива, и потому при изменении исходного диапазона всегда будет выполняться автоматический пересчет значений в транспонированном диапазоне. Если транспонирование массива выполнялось с использованием команды **Правка** ⇒ **Специальная вставка**, то получается, что исходный и транспонированный массивы никак не связаны между собой, и, следовательно, из-

менение элементов исходного массива не приводит к автоматическому пересчету элементов в транспонированном массиве.

Определитель матрицы, или функция МОПРЕД

Данная функция вычисляет определитель квадратной матрицы. Матрица может быть задана как массив констант, например {1;2;1;3;1;-1;4;3;-2}, или как диапазон ячеек, например A1:C3 (рис. 8.49). В качестве аргумента функции МОПРЕД можно также использовать имя диапазона. Обратите внимание на то, что в массиве констант элементы матрицы вводятся по строкам, и строки отделены друг от друга двоеточием.

Единственный аргумент функции МОПРЕД должен иметь равное количество строк и столбцов, в противном случае функция МОПРЕД возвращает значение ошибки #ЗНАЧИ!. Если какая-либо ячейка в массиве является пустой или содержит текст, то функция МОПРЕД также возвращает значение ошибки #ЗНАЧИ!.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	2	1								
2	3	1	-1								
3	4	3	-2								
4											
5	Определитель матрицы:			=МОПРЕД(A1:C3)							
6				=A1*B2*C3+A2*B3*C1+A3*B1*C2-A3*B2*C1-A1*B3*C2-A2*B1*C3							
7											

Рис. 8.49. Вычисление определителя матрицы 3×3



Определитель матрицы — это число, вычисляемое на основе значений элементов массива. Для матрицы 2 × 2 определитель вычисляется по формуле:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Для матрицы 3 × 3 (или массива A1:C3, состоящего из трех строк и трех столбцов) определитель вычисляется следующим образом:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Если переписать эту формулу, используя ячейки диапазона A1:C3, то получим формулу (см. рис. 8.49):

$$=A1*B2*C3+A2*B3*C1+A3*B1*C2-A3*B2*C1-A1*B3*C2-A2*B1*C3.$$

Вычисление обратной матрицы, или функция МОБР

Функция МОБР вычисляет обратную матрицу. В качестве аргумента этой функции можно использовать массив констант, ссылку на диапазон ячеек, в котором содержится матрица, либо имя этого диапазона. Исходная матрица должна быть квадратной, в противном случае функция МОБР возвращает значение ошибки #ЗНАЧИ!.

Для того чтобы вычислить обратную матрицу, выполните следующие действия.

1. Введите исходную матрицу в диапазон A1:C3, как показано на рис. 8.50.

2. Выделите диапазон **A5:C7**, в который будет помещена обратная матрица.
3. В строке формул введите формулу: **=МОБР(A5:C7)**.
4. Нажмите комбинацию клавиш **<Ctrl+Shift+Enter>**. В результате ячейки **A5:C7** будут заполнены элементами обратной матрицы (рис. 8.50).

	A5	B5	C5	D	E	F
1	1	2	1			
2	3	1	-1	A		
3	4	-3	2			
4						
5	0,1	0,7	-0,3			
6	0,2	-0,6	0,4	A ⁻¹		
7	0,5	0,5	-0,5			

Рис. 8.50. Вычисление обратной матрицы с помощью функции МОБР

Конечно, вычислить обратную матрицу можно поэлементно, используя известные формулы линейной алгебры. Однако уже для матриц 3×3 эти формулы получаются достаточно громоздкими, поэтому лучше использовать функцию МОБР, т.е. работать с матрицей как с массивом. В качестве примера того, как вычисляется обратная матрица, рассмотрим массив из двух строк и двух столбцов **A1:B2**, т.е. матрицу размера 2×2 (рис. 8.51). Ниже приведены формулы для вычисления элементов матрицы, обратной матрице **A1:B2**.



Не все квадратные матрицы имеют обратную матрицу. Для матриц, определитель которых равен нулю, функция МОБР возвращает значение ошибки **#ЧИСЛО!**.

	Столбец A	Столбец B
Строка 1	$B2/(A1*B2-A2*B1)$	$B1/(A2*B1-A1*B2)$
Строка 2	$A2/(A2*B1-A1*B2)$	$A1/(A1*B2-A2*B1)$

	A	B	C	D	E
1	1,8	0,6	A		
2	3	2			
3					
4	1,8	-1,0	A ⁻¹	=МОБР(A1:B2)	
5	-1,20	1			
6					
7	1,8	-1,0		=B1/(A2*B1-A1*B2)	
8	-1,20	1		=A1/(A1*B2-A2*B1)	
9				=A2/(A2*B1-A1*B2)	
10				=B2/(A1*B2-A2*B1)	
11					

Рис. 8.51. Вычисление обратной матрицы 2×2

Функция МОБР производит вычисления с точностью до 16 значащих цифр, поэтому в некоторых случаях возможны ошибки в вычислениях, связанные с округлением результата. Известно, что $(A^{-1})^{-1} = A$. Проверим точность вычислений с помощью функции МОБР, используя эту формулу. При вычислении матрицы **C**, обратной матрице **B**, которая в свою очередь является обратной матрице **A**, появляется незначительная ошибка. На рис. 8.52 хорошо видно, что погрешность в вычислениях одного из элементов матрицы **C** (ячейка **I48**) составляет **-1,11022E-17**. Устранить эту ошибку

можно с помощью функции ОКРУГЛ. Формула $\{=ОКРУГЛ(МОБР(G42:I44);2)\}$ возвращает в точности матрицу $(A^{-1})^{-1}$, т.е. матрицу A .

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
41													
42		A				B				C			
43		0,1	0	0,3		-2,67	8,47	-4,27		0,1	0	0,3	
44		0,2	0,2	0,1		5,7	-2,17	3,47		0,2	0,2	0,1	
45		0,1	0,4	0		4,27	-2,67	1,37		0,1	0,4	0	
46						0,1	0	0,3		={ОКРУГЛ(МОБР(G42:I44);2)}			
47						0,2	0,2	0,1		C			
48						0,1	0,4	-1,11E-12					
49						={-МОБР(G42:I44)}							
50						={-МОБР(G42:I44)}							
51													
52													
53													
54													

Рис. 8.52. Устранение ошибок вычислений с помощью функций округления

Умножение матриц, или функция МУМНОЖ

Функция МУМНОЖ возвращает матрицу C размера $m \times s$, которая является произведением двух матриц: матрицы A размера $m \times n$ и матрицы B размера $r \times s$. Внутренние размеры матриц A и B должны совпадать, т.е. количество столбцов матрицы A должно быть равно числу столбцов матрицы B или, другими словами, должно выполняться условие $n = r$. В противном случае функция МУМНОЖ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.

В результате умножения матрицы A размера $m \times r$ на матрицу B размера $r \times s$ получим матрицу C размера $m \times s$, каждый элемент которой вычисляется по формуле:

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk},$$

т.е. элемент, стоящий в i -й строке и k -м столбце матрицы C , вычисляется как скалярное произведение i -го вектора-строки матрицы A на k -й вектор-столбец матрицы B .

Пример 8. Имеются две квадратные матрицы размера 3×3 (рис. 8.53). Вычислите матрицу $C = AB$.

Чтобы перемножить две матрицы, выполните следующие действия.

1. Введите матрицы A и B на рабочий лист.
2. Выделите диапазон, в который будет помещена матрица C . Поскольку размеры результирующей матрицы 3×3 , то следует выделить диапазон указанного размера.
3. В строку формул введите следующую формулу: $=МУМНОЖ(\text{массивА};\text{массивВ})$, где **массивА** и **массивВ** — имена, присвоенные диапазонам $A1:C3$ и $A5:C7$.
4. Закончив ввод формулы, нажмите комбинацию клавиш $\langle \text{Ctrl} + \text{Shift} + \text{Enter} \rangle$.

Поскольку матрица B является обратной к матрице A , то произведение матриц A и B есть единичная матрица, диагональные элементы которой равны 1, а все остальные элементы — нулевые. На рис. 8.53 видны погрешности вычислений, которые можно

легко устранить с помощью функции ОКРУГЛ. Формула {=ОКРУГЛ(МУМНОЖ(массивА;массивВ);2)} возвращает единичную матрицу.

A13	A {=ОКРУГЛ(МУМНОЖ(массивА;массивВ);2)}						
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	2	1				
2	3	1	-1	A			
3	4	3	-2				
4							
5	0,1	0,7	-0,3				
6	0,2	0,6	0,4	B=A ⁻¹			
7	0,5	0,5	-0,5				
8							
9	1	0	0				
10	-6E-17	1	-1E-16	A*B			
11	0	0	1				
12							
13	1	0	0				
14	0	1	0	A*B			
15	0	0	1				
16							

Рис. 8.53. Умножение матриц

Решение системы линейных уравнений

Функция МОБР, вычисляющая обратную матрицу, функция МОПРЕД, вычисляющая определитель матрицы, и функция МУМНОЖ, вычисляющая произведение двух матриц, обычно используются для решения систем линейных уравнений с несколькими неизвестными.

Рассмотрим, как с помощью матричных функций в Excel можно решать системы линейных алгебраических уравнений.

Пример 9. Предположим, требуется решить систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 1,8x_1 + 0,6x_2 = 45, \\ 3x_1 + 2x_2 = 96. \end{cases}$$

Запишем эту систему уравнений в матричной форме: $AX = b$, где

$$A = \begin{vmatrix} 1,8 & 0,6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \text{ — матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных,}$$

$$X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} \text{ — вектор неизвестных и}$$

$$b = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix} \text{ — вектор-столбец, состоящий из констант, находящихся в правых частях уравнений.}$$

При решении системы линейных уравнений используется тот факт, что произведение $A^{-1}A$ есть единичная матрица (см. рис. 8.53). Умножим обе части системы уравнений $AX = b$ на матрицу A^{-1} , обратную матрице A . Получим уравнение:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B.$$

Но так как $A^{-1}A = I$, где I — единичная матрица, и $IX = X$, то, для того чтобы найти решение системы линейных уравнений, необходимо выполнить вычисления по формуле $X = A^{-1}B$.

Для того чтобы решить систему уравнений, необходимо выполнить следующие действия.

1. Заполните ячейки рабочего листа исходными данными — элементами матрицы A и вектора b , как, например, показано на рис. 8.54.
2. С помощью функции МОБР вычислите матрицу A^{-1} .
3. Используя функцию МУМНОЖ, умножьте матрицу A^{-1} на матрицу-столбец b . В результате получите решение системы уравнений: $x_1 = 18$, $x_2 = 21$ (см. рис. 8.54).



В рассмотренном примере система уравнений имеет единственное решение. Однако система m линейных уравнений с n неизвестными может иметь одно или несколько решений либо вообще может не иметь решений. Из курса линейной алгебры известно, что множество решений системы линейных уравнений зависит от ранга матрицы A и ранга так называемой *расширенной* матрицы $A|b$.

1. Если $\text{rang}(A|b) \neq \text{rang}(A)$, то система линейных уравнений не имеет решений.
2. Если $\text{rang}(A|b) = \text{rang}(A) = r$, и $r = n$, система имеет единственное решение. Если же $r < n$, решение не единственно, и $n - r$ неизвестных могут быть выбраны произвольно.



Ранг матрицы A размера $n \times n$ равен n , если определитель матрицы A отличен от нуля. Матрица A , определитель которой отличен от нуля, называется невырожденной. Ранг матрицы $C = A|b$ размера $m \times n$ равен r , если матрица C имеет хотя бы одну невырожденную подматрицу порядка r , определитель которой отличен от нуля, а все квадратные подматрицы C более высоких порядков вырождены.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	A	10	0,6		A ⁻¹	1 19	- 10
3		3	2			-1 20	1
4							
5							
6	b	45		X=A ⁻¹ b		18	
7		96				21	
8							

Рис. 8.54. Решение системы линейных уравнений

При решении систем линейных уравнений в Excel целесообразно сначала вычислить определитель матрицы A . Если он равен нулю, то матрицу невозможно обратить и, следовательно, система уравнений не имеет решений.

Пример 10. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

Запишем систему уравнений в матричном виде: $AX = b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы A равен нулю, следовательно, невозможно получить обратную матрицу. На рис. 8.55 формула массива $\{=\text{МОБР}(B2:D4)\}$ возвращает значение ошибки $\#\text{ЧИСЛО!}$.

Рис. 8.55. Система уравнений не имеет решений



Если рассматривать строки (или столбцы) матрицы A как векторы-строки $R1$, $R2$ и $R3$ (или векторы-столбцы $C1$, $C2$ и $C3$), то ранг матрицы A равен максимальному числу линейно-независимых векторов-строк (или вектор-столбцов) матрицы A . Другими словами, если одну из строк (столбцов) матрицы A можно представить в виде линейной комбинации других строк (столбцов), то обратить такую матрицу нельзя. В рассматриваемом примере третья строка матрицы A является линейной комбинацией первых двух строк (см. рис. 8.55):

$$R3 = -2R2 + R1.$$

Резюме

В этой главе рассмотрены две категории функций Excel — математические функции и функции, предназначенные для работы с данными даты и времени. В этой главе вы узнали о том, как работать с функциями категорий **Дата** и **Время** и **Математические**, вычислять временные интервалы между двумя моментами времени или разными датами, решать системы линейных уравнений.

Из математических функций осталась нерассмотренной только функция **ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ**. Эта функция будет рассмотрена в следующей главе вместе с функциями категорий **Функции баз данных** и **Функции просмотра (Ссылки и массивы)**, которые предназначены для работы с массивами значений и списками (базами данных) Excel.

Вопросы и ответы

Как подсчитать количество ячеек, содержащих значения, которые больше 3 и меньше 7?

Для подсчета количества ячеек, содержащих значения из определенного интервала, можно использовать функцию СЧЁТЕСЛИ. Предположим, вам требуется подсчитать количество ячеек в диапазоне A1:C10, которому присвоено имя Диапазон1 (рис. 8.56).

Формула =СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&3)

подсчитывает количество ячеек, содержащих значения, которые больше 3. Таких ячеек в диапазоне 12. Формула

=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&7-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	1	-1	0						
2	2	-2	1						
3	3	-3	2						
4	4	-4	3						
5	5	-5	4						
6	6	-6	5						
7	7	-7	6						
8	8	-8	7						
9	9	-9	8						
10	10	-10	9						
11									
12	Результат формулы								
13	=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&3)-СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&5-1)								
14	=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&3)								
15	=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&7-1)								
16									

Рис. 8.56. Подсчет количества ячеек, содержащих числа, которые больше 3 и меньше 7

подсчитывает количество ячеек, содержащих значения, которые больше 7-1, т.е. больше 6; таких ячеек — четыре. Разность этих двух значений определяет количество ячеек, в которых содержатся числа, которые больше 3 и меньше 6, т.е.

=СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&3)-СЧЁТЕСЛИ(Диапазон1;">"&7-1)

Такой же результат можно получить с помощью формулы массива:

{=СУММ((Диапазон1>3)*(Диапазон1<7))}

Тестовые задания и упражнения

Тесты

- Формула =ДАТА(2005;-5;12) возвращает:
 - значение ошибки #ЗНАЧИ;
 - дату 12 июля 2004 года;
 - дату 12 мая 2005 года;
 - дату 5 декабря 2005 года.
- Формула =ВРЕМЯ(25;140;120) возвращает:
 - значение ошибки #ЧИСЛО!;
 - 3:22 PM;

- в) 3:22 AM;
г) другое значение.
3. Какая из приведенных ниже формул возвращает ошибку #ЧИСЛО!:
- а) =LN(5);
б) =КОРЕНЬ(-5*-2);
в) =СТЕПЕНЬ(-5;-2);
г) =-LN(-5).
4. Какие из приведенных ниже пар матриц нельзя перемножить:
- а) $A_{3 \times 2}$ и $B_{2 \times 2}$;
б) $C_{3 \times 3}$ и $D_{1 \times 3}$;
в) $D_{1 \times 3}$ и $C_{3 \times 3}$;
г) $B_{2 \times 2}$ и $A_{2 \times 3}$.
5. Какие из приведенных ниже систем уравнений $Ax = b$ не имеют решений:
- а) $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} -3 \\ 1 \end{vmatrix};$
б) $A = \begin{vmatrix} 2 & 1.5 \\ 6 & 4.5 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix};$
в) $A = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix};$
г) $A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}; b = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{vmatrix}.$
6. Какая из формул, приведенных ниже, на пустом рабочем листе возвращает значение ошибки:
- а) =СУММПРОИЗВ(A1:B2;D2:E3);
б) =СУММКВ(A1:A4;B1:E1);
в) =СУММРАЗНКВ(A1;D10);
г) =СУММСУММКВ(A1:B1;B2:C2);
д) все формулы.
7. В результате вычислений получены числа 123,533333 и -123,533333. Какую из приведенных ниже функций округления следует использовать, чтобы получить числа 123,54 и -123,54:
- а) ОКРУГЛВВЕРХ;
б) ОКРУГЛВНИЗ;
в) ОКРУГЛ;